GB5-BIMB **IA symb. pour les réseaux biol. complexes** 6 décembre 2023

TD n^o 2 : Computation Tree Logic (CTL)

Le but de ce TD est de se familiariser avec l'utilisation de la logique temporelle `CTL` formalisant les propriétés dynamiques d'un système biologique.

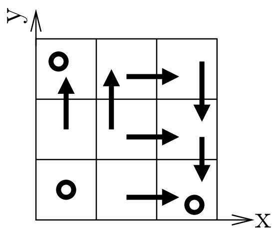
Exercice 1 : (**Transcription en `CTL` de propriétés exprimées en langage naturel**)

Proposez une formalisation utilisant la logique temporelle `CTL` de chacune des propriétés suivantes.

1. On se donne une formule α caractérisant un état. À partir de cet état, il est possible d'atteindre un des états caractérisés par la formule β.
2. Caractérisez l'ensemble des états à partir desquels le système peut atteindre un état satisfaisant la propriété γ ?
3. Un état caractérisé par β est atteignable en passant par un état caractérisé par α.
4. Pour atteindre un état satisfaisant β, il est nécessaire de passer par un état satisfaisant α.
5. Le système peut atteindre une état caractérisé par β sans jamais violer certaines contraintes c.
6. À partir d'un état initial caractérisé par la propriété *init*, il est toujours possible d'atteindre un état qui satisfait la propriété β sans jamais passer par un état satisfaisant α.
7. La propriété φ (éventuellement spécifiant un état unique) du système est stable, autrement dit, en partant d'un état satisfaisant φ, le système ne peut n'atteindre que des états satisfaisant φ.
8. A partir d'un état où la propriété φ est satisfaite, le système peut rester indéfiniment dans des états satisfaisant tous φ.
9. Le système peut atteindre une propriété stable donnée φ à partir d'un état initial *init*.
10. Le système doit atteindre un état stable s à partir d'un état initial *init*.
11. Il y a deux bassins d'attraction : soit x est en dessous de son premier seuil et il le restera, soit il est au dessus et il le restera.

Exercice 2 : (**Vérification manuelle de formules CTL**)

On se donne le modèle suivant dont les gènes sont notés respectivement `x` et `y`. Transcrivez en langage naturelle chacune des formules CTL suivantes, puis dites si elles sont satisfaites ou non dans le graphe de transitions de droite et justifiez vos réponses.



1. $(\mathtt{x}=0 \wedge \mathtt{y}=0) \Rightarrow \mathrm{AG}(\mathtt{x}=0 \wedge \mathtt{y}=0)$
2. $\mathtt{x}=0 \Rightarrow \mathrm{AG}(\mathtt{x}=0)$
3. $\mathtt{x}>0 \Rightarrow \mathrm{AG}(\mathtt{x}=2)$
4. $\mathtt{x}>0 \Rightarrow \mathrm{AF}\ \mathrm{AG}(\mathtt{x}=2)$
5. $\mathrm{AF}\ \mathrm{AG}(\mathtt{x}>0)$
6. $\neg\ \mathrm{AF}\ \mathrm{AG}(\mathtt{x}>0)$
7. $(\mathtt{x}=1 \wedge \mathtt{y}=1) \Rightarrow \mathrm{EX}(\mathrm{A}[\mathtt{y}=2\ \mathrm{U}\ \mathtt{x}=2])$
8. $(\mathtt{x}=1 \wedge \mathtt{y}=1) \Rightarrow \mathrm{EX}(\mathtt{y}=2 \wedge \mathrm{EX}(\mathtt{x}=2 \wedge \mathrm{EX}(\mathtt{y}=1 \wedge \mathrm{EX}(\mathtt{y}=0)\ )\ )\ )$

Exercice 3 : (**Modification de formules**)

Transformez chacune des formules suivantes pour obtenir des formules équivalentes qui ne contiennent que les connecteurs `AF`, `EU` et `EX`

1. (`init`) $\Rightarrow$ AG(`final`)
2. (`init`) $\Rightarrow$ AX EG(`final`)
3. AG(`constant`) $\Rightarrow$ A[EG(φ) U AG(ψ)]