

Contrôle continu Mercredi 13 Novembre 2013

Durée : 1h30

Note :

Nom : _____
Prénom : _____

Toutes les réponses doivent être justifiées. Le correcteur attachera de l'importance à la qualité de rédaction.

1 Complexité : 6 points

1.1 Algorithme

Donner la complexité de l'algorithme suivant, dans un premier temps en calculant exactement le nombre d'opérations arithmétiques nécessaires au traitement par l'algorithme d'une donnée n , et dans un deuxième temps en donnant une approximation en $\theta(?)$. Vous justifierez votre réponse.

listing 1

```
for (int i = 0; i < n; i++) {  
    for (int j = i; j < n; j = j++) {  
        x = x + 3; }  
}
```

1.2 Temps de calcul

On suppose que sur une machine particulière chaque instruction élémentaire est réalisée en 10^{-12} secondes.

- Quel est le temps de calcul nécessaire au traitement d'une donnée de taille 10^6 par un algorithme en $\theta(n^2)$?

4. L'ensemble A^* muni de cette relation d'ordre est il un treillis ? Justifiez votre réponse.

3 Principe des tiroirs : 4 points

Montrer que dans n'importe quelle fête, on peut toujours trouver deux personnes qui connaissent le même nombre d'invités. On commencera à traiter le cas où chaque personne connait au moins un invité.

4 Ensembles définis par induction : 10 points

On définit la partie E de l'ensemble des mots sur l'alphabet $0,1$ par

- (B) $B = \{\epsilon\}$
- (I) Si u est un mot de E alors $\phi(u) = 1.u.0$ et $\psi(u) = 0.u.1$ sont des mots de E . Si u et v sont deux mots de E alors $\theta(u, v) = u.v$ est également un mot de E .

1. Quel est le mot $u = \phi(\theta(\phi(\epsilon), \psi(\phi(\epsilon))))$?

2. Exprimer le mot $v = 101100001011$ en fonction de ϕ, ψ, θ et ϵ

3. Montrer par induction que les mots de E ont autant de lettres 0 que de lettres 1, c'est à dire que pour tout mot u de E on a $|u|_0 = |u|_1$.
