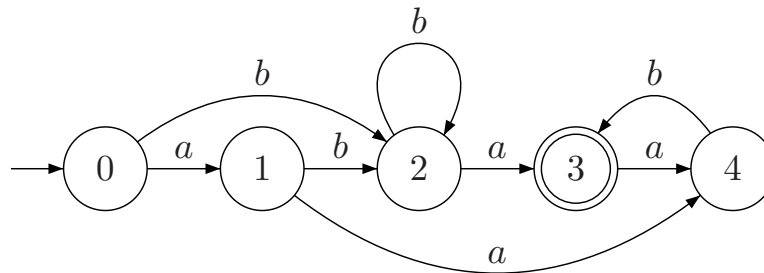


TD n°8

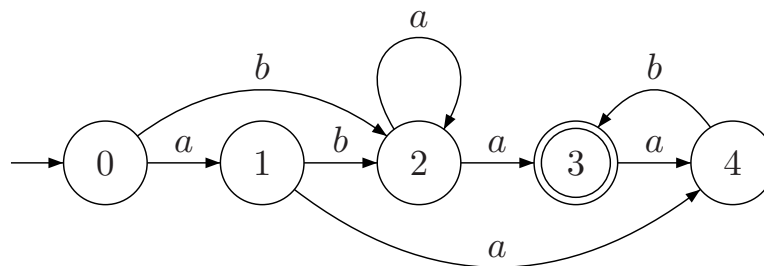
Automates finis

1 Echauffement

Exercice 1) Un automate déterministe est la donnée d'un quintuplet $\{A, Q, I, T, \delta\}$ où A désigne un alphabet, Q l'ensemble des états, I l'état initial, T l'ensemble des états finaux (ou terminaux) et $\delta : Q \times A \mapsto A$ la fonction de transition. Préciser le quintuplet qui définit l'automate ci dessous. Comment compléter cet automate avec un état puits, quel est le quintuplet correspondant à l'automate complet ?



Exercice 2) Même question que précédemment avec l'automate suivant. Déterminez cet automate et décrivez les quintuplets correspondants.



Exercice 3) Décrire un automate qui reconnaît le langage L_a des mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui commencent par a et un automate qui reconnaît le langage L_b des mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui terminent par b , en prenant soin de définir précisément les fonctions de transitions.

1. Décrire un automate qui reconnaît la réunion des langages L_a et L_b .
2. Décrire un automate qui reconnaît le langage L_a^* .

Exercice 4) Décrire un automate qui reconnaît le langage des mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui sont de longueur strictement plus petite que 4.

Exercice 5) Construire, si possible, un automate fini reconnaissant chacun des langages suivants :

1. les représentations binaires des nombres pairs (sans 0 inutile en tête) ;
2. les mots de longueur impaire ;
3. les mots de longueur congrue à 1 modulo 4 ;
4. les représentations décimales des multiples de 3 ;
5. les mots binaires qui ont un 1 de plus que de 0.

2 Exercices d'entraînement

Exercice 6) Pour chacun des langages réguliers suivants sur l'alphabet $A = \{0, 1\}$, donner une expression régulière le décrivant puis construire un automate non-déterministe l'acceptant. Enfin, déterminer les automates obtenus, soit directement, soit en utilisant l'algorithme de détermination.

1. les mots dont l'avant-dernière lettre est 1.
2. les mots contenant le facteur 101.
3. les mots qui commencent et se terminent par la même lettre.

Exercice 7) Soit \mathcal{L} le langage des mots binaires se terminant par 0 ou bien ayant un nombre pair de 1.

1. Trouvez un automate non-déterministe qui accepte les mots de \mathcal{L} , tel qu'il comporte un état final pour chacune des deux variétés de mots.
2. Appliquez-lui l'algorithme de détermination.
3. Donnez une expression régulière qui décrive ce langage.

Exercice 8) Soit l'expression régulière suivante E décrivant le langage régulier \mathcal{L} :

$$(0 + 1)^*(00 + 11)(0 + 1)^*$$

1. Trouver un automate fini reconnaissant le complémentaire du langage \mathcal{L} , régulier lui aussi, en complétant un automate reconnaissant le langage \mathcal{L} puis en inversant les états finaux et non-finaux de l'automate.
2. Trouver un automate fini reconnaissant l'ensemble $Pref(\mathcal{L})$ des préfixes de \mathcal{L} , langage régulier également, à partir de celui reconnaissant \mathcal{L} .

3 Pour aller plus loin

Exercice 9) Soit A un alphabet fini. L'ensemble des automates finis sur l'alphabet A vous paraît-il dénombrable ou pas, et pourquoi ?

Exercice 10) Pour chacun des exemples d'expressions régulières de la feuille de TD 7, décrire l'automate (le cas échéant non déterministe puis déterministe) correspondant.