Représentation Interne Floue d'Environnements Inconnus en Robotique Mobile*

Maria-João Rendas

I3S, CNRS URA 1376
250 rue Albert Einstein, Les Lucioles 1
06560 Valbonne, France.
e-mail: rendas@estrela.unice.fr

Stefan Rolfes

Instituto de Sistemas e Robótica
Instituto Superior Técnico
1096 Lisboa Codex, Lisbonne,Portugal.
e-mail: rolfes@isr.ist.utl.pt

Résumé

Dans cette communication on présente une structure qui propage une représentation interne floue des objets présents dans l'environnement d'un robot mobile. Cette représentation décrit l'environnement comme l'union d'un ensemble d'objets (flous) appartenant à des classes pré-déterminées, et synthétise toutes les informations perceptuelles acquises par le robot dans le passé. Pour chaque objet détecté (composante élémentaire de l'environnement) un certain nombre d'hypothèses sont formulées. L'actualisation de la représentation est faite itérativement, par des opérations locales sur la structure. Sa topologie est modifiée itérativement, en réponse à l'arrivée de nouvelles observations – par ajout et/ou élimination de nouveaux objets. L'élimination d'objets est basée sur une relation logique entre les objets présents, et permet de limiter la complexité de l'algorithme, par élimination des éléments redondants.

1. Motivation de l'étude

Un des problèmes importants en robotique mobile est de doter le robot de la possibilité de se déplacer de façon autonome dans un environnement inconnu. Cela demande la capacité du robot de construire une carte de son environnement par rapport à laquelle il pourra naviguer. C'est-à-dire, le robot devra déduire de ses données perceptuelles les caractéristiques géométriques des objets qui constituent son environnement de travail et les mémoriser. Cette carte doit être disponible à chaque moment, et donc être actualisée au fur et à mesure que des nouvelles observations sont obtenues.

On motive notre approche par la considération d'une solution probabiliste optimale: l'*estimateur de Maximum de Vraisemblance* de l'environnement, étant données les mesures odométriques

$$d^k = \{d(1), \ldots, d(k)\},$$

et les mesures perceptuelles

$$z^k = \{z(1), \ldots, z(k)\}.$$

Dans cette étude on admet satisfaites les hypothèses suivantes :
Environnement:
L'environnement $\mathcal{E}$ est l'union d'un ensemble d'objets

$$\mathcal{E} = \cup_i \mathcal{O}_i$$

où chaque objet est une instance d'un de N types d'objets possibles: $\forall i, \exists n \in \{1, \ldots, N\} : \mathcal{O}_i \in \mathcal{A}_n$.
Déplacement:
Pendant son exploration de l'environnement le mouvement du robot est déterminé par les caractéristiques de l'objet qu'il perçoit. Soit $X(k)$ la position et orientation du robot à l'instant k. On admet connue la famille de densités conditionnelles qui

* Cette étude est partiellement finnancée par l'Union Européenne, sous le contrat ESPRIT/LTR 20185, projet NARVAL (Navigation of Autonomous Robots Via Active Environment Perception).To be presented at the Rencontres Fancophones de la Logique Floue et ses Applications, Nancy, 4-5 Decembre 1996.

décrivent le mouvement du robot :

$$p(X(k+1)|X(k), \mathcal{E}). \qquad (1)$$

Odométrie:
Le robot est équipé de capteurs de déplacement qui fournissent des mesures $d(k)$:

$$d(k) = H[X(k), X(k-1)] + \epsilon_d(k),$$

où $H[\cdot]$ est un observateur connu et $\epsilon_d(k)$ un bruit blanc. On admet connue la densité conditionnelle $p(d(k)|X(k), X(k-1))$.
Perception:
Les mesures perceptuelles $z(k)$ sont déterminées par la position et orientation du robot et par les caractéristiques de l'environnement:

$$z(k) = P_{X(k)}[\mathcal{E}] + \epsilon_z(k),$$

où $P_{X(k)}[\cdot]$ est un observateur qui dépend de la position et orientation du robot et $\epsilon_z(k)$ est un bruit de mesure supposé blanc. Le modèle précédent détermine la densité conditionnelle $p(z(k)|X(k), \mathcal{E})$.

On admet que la description de la forme d'un objet est indépendante de sa position. Notamment, on admet que si $\mathcal{O}_0$ est la description d'un objet faite par rapport à la position et orientation nominales $(x = 0, y = 0, \theta = 0)$ alors sa description par rapport à n'importe quelle autre position et orientation (x, y, θ) peut être obtenue par application d'une translation par (x, y) et une rotation par θ. On fait encore l'hypothèse additionnelle selon laquelle un seul objet est observé à chaque instant. Cette hypothèse permet une présentation plus simple de l'algorithme.

Avec ces hypothèses, la fonction de vraisemblance $p(z^k, d^k|\mathcal{E})$ peut être écrite directement en fonction de l'ensemble d'objets $\{\mathcal{O}_{i+1}\}_{i=1}^M$ d'une façon presque découplée, par conditionnement dans la position et orientation du robot à sa dernière observation de chaque objet $\mathcal{O}_i$, qu'on désigne par X_{f_i} [?]:

$$\begin{aligned} L(k|\mathcal{E}) = p(z^k, d^k|\mathcal{O}_i, i = 1, M) = \\ \int \cdots \int \int p(X_0) p(X_{f_1}, Z^1, D^1|\mathcal{O}_1, X_0) dX_0 \ldots \\ p(X_{f_M}, Z^M, D^M|\mathcal{O}_{M-1}, X_{f_{M-1}}) dX_{f_M}. \end{aligned} \qquad (2)$$

Dans l'équation précédente, $\{Z^i\}_{i=1}^M$ est la partition de l'ensemble total de mesures perceptuelles déterminée par l'objet qui est observé à chaque instant:

$$z(k) \in Z^i \Leftrightarrow z(k) = P_{X(k)}[\mathcal{O}_i] + \epsilon_z(k),$$

et D^i et X^i sont les partitions correspondantes des ensembles des mesures odométriques et des positions et orientations du robot :

$$d(k) \in D^i \Leftrightarrow z(k) \in Z^i \quad X(k) \in X^i \Leftrightarrow z(k) \in Z^i.$$

L'équation (2) montre que l'estimation des différents objets est liée seulement par la position et l'orientation du robot dans les transitions entre objets, c'est-à dire, la forme de chaque objet peut être estimée localement, étant déterminée par chacun des facteurs dans l'intégrant de (2). La localisation des objets dans l'espace (la reconstruction de l'environnement) dépend conjointement de tous les objets, et doit être déterminée par optimisation sur l'ensemble des positions et orientations terminales X_{f_i} associées à chaque objet.

Le traitement optimal des données associées à chaque objet correspond donc, pour chaque description possible, à la détermination de la densité conditionnelle de la position et orientation finales (courantes) du robot $p(X_{k+1}, z^{k+1}, d^{k+1}|\mathcal{O}_i, X_{f_{i-1}})$. Cette approche probabiliste au problème de reconstruction d'environnements robotiques, initiée en [?], sera poursuivie ailleurs.

2. Approche Floue

L'analyse précédente montre que pour effectuer une actualisation de la représentation incertaine de l'environnement il faut mémoriser des informations concernant, et les formes qui s'adaptent le mieux aux données observées (les prototypes localement les plus plausibles), et la confiance qui leur est associée. Ce dernier type d'information est indispensable pour pouvoir déterminer le degré de "plasticité" de la représentation courante par rapport aux nouvelles observations: une représentation dans laquelle on a un faible degré de confiance doit souffrir des modifications plus importantes qu'une représentation dont on est quasiment sûr.

Les études présentées dans cette communication utilisent une approche non-probabiliste au problème de la détermination de l'ensemble des modèles plausibles pour chaque objet détecté. Sa détermination doit être complétée, comme le montrent les calculs précédents, par une représentation de l'incertitude sur la position initiale/finale de chacun d'entre eux. La propagation de ce dernier type d'incertitude, et la construction d'une représentation intégrée qui combine les deux types d'information feront l'objet d'études futures.

Notamment, l'objectif de ces travaux est, à partir des données odométriques et perceptuelles, de déterminer un ensemble d'hypothèses plausibles sur la forme des objets présents dans l'environnement (ensemble de prototypes qui doivent être considérés pour le calcul de la fonction de vraisemblance).

Admettons que l'on considère un *nombre fini de classes d'objets*, $\{\mathcal{A}_n\}_{n=1}^N$. Chaque instance ℓ_n de la classe $\mathcal{A}_n$ (un prototype) est caractérisée par un *ensemble fini de paramètres*, que l'on représente par le vecteur $v(\ell_n) \in \mathcal{V}_n$, qui définit complètement la forme de l'objet. En général, l'espace admissible pour les paramètres de chaque classe, $\mathcal{V}_n$, est infini, chaque configuration possible d'un objet correspondant à un point dans cet espace. La détermination de l'estimée **statistique** optimale implique le calcul de la fonction de vraisemblance $p(X_{f_i}k, Z^i, D^i|v(\ell_i), X_{f_{i-1}})$ pour *toutes les combinations possibles d'instances*, ℓ_i, *de toutes les classes* $\{\mathcal{A}_i\}_{i=1}^N$, ce qui n'est pas réalisable en pratique, conduisant à un *espace de recherche trop large*.

Au lieu d'associer un objet à un point de l'espace de paramètres, notre solution adopte une approche basée sur la **logique floue**, et associe à chaque objet un *ensemble flou* de l'espace de paramètres de chaque classe (une *forme floue*). De cette façon, on peut traiter un sous-ensemble de l'espace de modèles comme une entité unique, et limiter notre analyse à un *nombre fini d'hypothèses*.

2.1. *Modèles flous d'objets*

Soit $\mathcal{V}_n$ l'espace de paramètres qui décrit la forme des objects de la classe $\mathcal{A}_n$. On définit les objets flous λ_n de type $\mathcal{A}_n$ comme des sous-ensembles flous de $\mathcal{V}_n$, c'est-à-dire, on rend floues les composantes du vecteur de paramètres $v(\lambda)$. De cette façon, chaque objet de notre représentation est spécifié par une fonction d'appartenance définie sur $\mathcal{V}$:

$$\begin{array}{rccc} \lambda_n: & \mathcal{V}_n & \rightarrow & [0,1] \\ & v_n & \rightsquigarrow & \mu_\lambda(v_n) \end{array}$$

On admet que vecteur de paramètres v_n définit la géométrie de l'objet "strict" $\ell \in \mathcal{A}_n$ comme l'ensemble des points (x, y) qui vérifient une équation paramétrisée par le vecteur v_n:

$$(x, y) \in \ell \leftrightarrow C_n(x, y : v_n) = 0. \tag{3}$$

où $C_n(x, y : v)$ est une fonction de (x, y) de dépendence connue dans le vecteur v_n qui détermine la géométrie de chaque forme. Par exemple, si C_n est un polynôme, alors la forme définie par (3) est la courbe algébrique correspondante [**?**], c'est-à-dire, l'ensemble des zéros du polynôme.

Le modèle flou λ_n définit le sous-ensemble flou de l'espace 2D qui est spécifié par la fonction d'appartenance (sur $\mathbf{R}^2$) suivante:

$$\begin{array}{rcl} \mu_{\lambda_n}(x, y) & = & \max\limits_{v \in V^*} \mu_v(\lambda) \\ V^* & = & \left\{ v^* | v^* = \arg\min\limits_{v \in \mathcal{V}_n} \|C_n(x, y : v)\| \right\} \end{array}$$

où $C_n(\cdot, \cdot : \cdot)$ est la fonction qui défini la géométrie des formes de type $\mathcal{A}_n$, voire eq. (3), et $\|\cdot\|$ est une norme appropriée. C'est-à-dire, la fonction d'appartenance est le degré d'appartenance du vecteur de paramètres qui s'ajuste le mieux au point (x, y). Dans la section 3 on illustre cette définition pour deux classes de formes floues: des droites floues et des cercles flous.

2.2. *Actualisation des prototypes flous*

On considère dans ce paragraphe le problème de l'actualisation itérative de chaque prototype flou λ, par des mesures de points appartenant à ces objets.

Dans cette étude on admet que les fonctions d'appartenance $\mu_\lambda(v)$ ont (pour chaque classe d'objets $\mathcal{A}_n$) une forme fixe $\mu_n(\cdot)$ avec une localisation $v^*(\lambda) \in \mathcal{V}_n$ qui dépend de l'objet flou considéré:

$$\lambda \in \mathcal{A}_n \Leftrightarrow \mu_\lambda(v) = \mu_n(v - v^*(\lambda)).$$

où $v^*(\lambda)$ est le "centre" du prototype flou λ, qui a un sens similaire aux "profils extrêmes" utilisés en [?]. L'actualisation de $\mu_\lambda(v)$ pour chaque mesure $(x,y) \in \mathbf{R}^2$ est donc équivalente à l'actualisation de $v^*(\lambda)$. On le détermine par minimisation de la fonction de coût quadratique suivante:

$$\begin{aligned} v_k^*(\lambda) &= arg \min_{v \in \mathcal{V}_n} \mathcal{F}_\lambda^k(v) \\ \mathcal{F}_\lambda^k(v) &= \sum_{i=1}^{k} \mu_\lambda^i(x_i, y_i) C_n^2(x_i, y_i : v), \end{aligned} \quad (4)$$

où chaque facteur d'association mesure/prototype, $\mu_\lambda^i(x_i, y_i)$ est calculé en utilisant la valeur de $v^*(\lambda)$ à l'instant $i-1$:

$$\mu_\lambda^i(x_i, y_i), (x_i, y_i) \in \mathbf{R}^2 \leftrightarrow \mu_n\left(v - v_{i-1}^*(\lambda)\right), v \in \mathcal{V}_n.$$

L'équation précédente montre que l'optimisation de $\mathcal{F}_\lambda^k(v)$ ne conduira pas aux prototypes flous optimaux (en sens quadratique), tels qu'ils sont proposés, par exemple, en [?]. Cependant, cette formulation est nécessaire pour aboutir à un calcul itératif de $v^*(\lambda)$, sans que son actualisation nécessite la mémorisation de toutes les mesures précédentes.

2.3. *Création et recombinaison de prototypes*

Les équation précédentes définissent l'actualisation du prototype flou λ par les données. On remarque que seulement les points qui ont un degré d'appartenance $\mu_\lambda(v)$ différent de zéro affectent la valeur de $v^*(\lambda)$.

Les données qui ont un faible degré d'appartenance à tous les prototypes existants peuvent correspondre à : *(i)* des situations de bruit fort ("outliers") ou, *(ii)* à la détection d'un nouvel objet. Pour chacun de ces points, $z_k \in \mathbf{R}^2$, un ensemble de nouveaux prototypes η_i est généré, en échantillonant les sous-ensembles $\mathcal{U}_n \subset \mathcal{V}_n, n = 1, \ldots, N$ tels que

$$\text{Si} \quad \mu_{\eta_i}(x,y) \leftrightarrow \mu_n(v - v^*(\eta_i)), \text{ alors}$$
$$v^*(\eta_i) \in \mathcal{U}_n \Leftrightarrow \mu_{\eta_i}(z_k) \simeq 1, z \in \mathbf{R}^2.$$

Cette création de nouveaux prototypes correspond à la génération d'hypothèses plausibles sur la forme de l'objet qui vient (possiblement) d'être détecté.

Si un objet a effectivement été détecté, d'autres mesures seront associées à un sous-ensemble de ces nouveaux prototypes, qui, par minimisation itérative de $\mathcal{F}_\lambda^k(v)$ convergent vers une description de la forme de l'objet. Les hypothèses fausses présentent un degré d'association aux mesures futures qui décroit progressivement vers zéro, et sont "absorbées" par les autres prototypes. On présente ensuite le mécanisme sur lequel se base cette élimination des fausses hypothèses. Ce mécanisme permet aussi de limiter la redondance de la représentation: comme chaque mesure peut avoir un degré d'association différent de zéro pour plusieurs prototypes, et modifier ainsi leur représentation, des hypothèses qui sont initialement distinctes (mais qui ont une intersection non-vide comme sous-ensembles de $\mathbf{R}^2$) peuvent devenir de plus en plus similaires, ce qui rend l'ensemble de prototypes plausibles représentés redondant (non-minimal). Cette redondance augmente la complexité de l'algorithme. Avec le but de l'éliminer, on définit une relation binaire non-symétrique (relation d'inclusion) $D(\lambda_1, \lambda_2)$ qui est la valeur logique de la proposition[1]

$$D(\lambda_1, \lambda_2)\text{: "}\lambda_1 \text{ est un sous-ensemble de } \lambda_2\text{"} \quad \Leftrightarrow \quad \mu_D(\lambda_1, \lambda_2) = \lfloor \lambda_1 \subset \lambda_2 \rfloor.$$

On définit

$$\mu_D(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{\int \mu_{\lambda_1 \cap \lambda_2}}{\int \mu_{\lambda_1}},$$

où toutes les intégrales sont calculées sur tout le plan 2D.

La relation non-symétrique $D(\cdot, \cdot)$ est déterminée par la relation symétrique binaire $\mu_S(\lambda_1, \lambda_2)$:

$$\mu_D(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{\mu_S(\lambda_1, \lambda_2)}{\int \mu_{\lambda_1}}, \quad \mu_S(\lambda_1, \lambda_2) = \int \mu_{\lambda_1 \cap \lambda_2}$$

qui peut être approchée récursivement, pour chaque nouvelle mesure z_k, par

$$\mu_S(\lambda_1, \lambda_2)_k = \mu_S(\lambda_1, \lambda_2)_{k-1} + \min\left(\mu_{\lambda_1}(z_k), \mu_{\lambda_2}(z_k)\right).$$

Quand un prototype λ_1 devient un sous-ensemble d'un autre prototype λ_2, ils sont recombinés pour former un nouveau prototype λ^*. Cette

[1] $\lfloor p \rfloor$ représente la valeur logique de la proposition p.

recombinaison demande la définition d'une nouvelle fonction d'appartenance μ_{λ^*} et la détermination de la relation $\mu_S(\lambda^*, \lambda)$ pour tous les autres prototypes λ.

On définit λ^* comme l'union des deux prototypes originaux:

$$\begin{aligned}\lambda^* &= \lambda_1 \cup \lambda_2 \Leftrightarrow \\ &\mu_{\lambda^*}(x,y) = \max\left(\mu_{\lambda_1}(x,y), \mu_{\lambda_2}(x,y)\right).\end{aligned}$$

Par définition, la relation $\mu_S(\lambda^*, \lambda)$ est

$$\begin{aligned}\mu_S(\lambda^*, \lambda) &= \int \mu_{\lambda^* \cap \lambda} = \mu_S(\lambda_1, \lambda) + \mu_S(\lambda_2, \lambda) \\ &- \int (\mu_{\lambda_1 \cap \lambda}) \cup (\mu_{\lambda_2 \cap \lambda}). \qquad (5)\end{aligned}$$

Le dernier terme de l'équation précédente ne peut pas être calculé exactement à partir des valeurs de $\mu_S(\cdot, \cdot)$. Cependant, on peut déterminer des bornes supérieure et inférieure. L'utilisation d'une borne inférieure conduirait à une sur-évaluation de la ressemblance entre le nouveau prototype et ceux qui existaient déjà, qui pourrait mener à la recombinaison future de prototypes non-redondants. Pour cette raison, on utilise une borne supérieure pour approcher la valeur de l'intégrale en (5), déterminée par l'inégalité

$$\int (\mu_{\lambda_1 \cap \lambda}) \cup (\mu_{\lambda_2 \cap \lambda}) \leq \min\left(\int \mu_{\lambda_1 \cap \lambda}, \int \mu_{\lambda_2 \cap \lambda}\right)$$

qui conduit à:

$$\mu_S(\lambda^*, \lambda) \geq \max\left(\mu_S(\lambda_1, \lambda), \mu_S(\lambda_2, \lambda)\right).$$

2.4. *Structure de l'algorithme*

D'une façon très résumée, on peut maintenant présenter l'algorithme proposé, qui détermine un ensemble de candidats plausibles au cas de la reconstruction de l'environnement du robot :

$\mathcal{E} = \emptyset$
pour *chaque observation* (z_k)
  $\forall \lambda \in \mathcal{E}$, *calculer* $\mu_\lambda(z_k)$
  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathcal{E}$, *actualiser* $\mu_S(\lambda_1, \lambda_2)$
  si $\mu_\lambda(z_k) > 0$
    actualiser λ,
  si $\neg(\exists \lambda : \mu_\lambda(z_k)) > 0$
    créer nouveaux η_i *tels que* $\mu_{\eta_i}(z_k) \simeq 1$
    $\mathcal{E} = \mathcal{E} \cup_i \eta_i$
  si $\mu_D(\lambda_1, \lambda_2) \simeq 1$
    $\lambda^* = \lambda_1 \cup \lambda_2, \mu_S(\lambda^*, \lambda)$

où $\neg x$ représente le complément logique de x.

Dans les sections suivantes on particularise l'algorithme pour la représentation d'environnements par des droites et cercles flous et on illustre son application à une situation réelle de robotique mobile.

3. Représentation de formes par segments de droites et arcs de cercles

Dans cette section on considère deux classes de formes floues: droites ($\mathcal{A}_1$), et cercles ($\mathcal{A}_2$), et on illustre les définitions générales présentées dans la section précédente pour ces deux classes.

3.1. *Droites et cercles flous*

Une droite ("stricte") est uniquement représentée par sa direction, a, et son abcisse à l'origine, b. L'espace de paramètres pour cette classe est donc l'espace bidimensionel $v = (a, b) \in \mathcal{V}_1 = \mathbf{R}^2$. L'équation paramétrique qui définit l'ensemble de points qui appartiennent à la droite est

$$C_1(x, y : v) = 0 \Leftrightarrow y - ax - b = 0.$$

Notre définition de droite floue λ est obtenue en considérant a comme une valeur non-floue, $a(\lambda)$, et b comme le nombre flou $\tilde{b}(\lambda)$ défini par la fonction d'appartenance $\mu_{\tilde{b}(\lambda)}(b)$.

La fonction d'appartenance qui définit la droite floue $\lambda = \left(a(\lambda), \tilde{b}(\lambda)\right)$ comme un sous-ensemble flou de $\mathcal{V}_1$ est donc

$$\mu_\lambda(a, b) = \delta\left(a - a(\lambda)\right) \mu_{\tilde{b}(\lambda)}(b).$$

La fonction d'appartenance qui définit la droite λ comme sous-ensemble flou de l'espace 2D est facilement obtenue:

$$\mu_\lambda(x, y) = \max_b \mu_{\tilde{b}(\lambda)}(y - a(\lambda)x)$$

Un cercle ("strict") est défini par son rayon r, et par la position de son centre (x_c, y_c). Pour cette classe, $\mathcal{V}_2 = \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^2$. Notre définition de cercle flou λ revient à considérer que r est un nombre flou $\tilde{r}(\lambda)$ défini par la fonction d'appartenance $\mu_{\tilde{r}(\lambda)}(r)$, de telle façon que

$$\mu_\lambda(r, x_c, y_c) = \delta(x - x_c(\lambda))\delta(y - y_c(\lambda))\mu_{\tilde{r}(\lambda)}(r)$$

et, comme sous-ensemble de l'espace 2D:

$$\mu_\lambda(x, y) = \max_r \mu_{\tilde{r}(\lambda)} \left((x - x_c(\lambda))^2 - (y - y_c(\lambda))^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

L'équation précédente est obtenue d'une façon évidente à partir de l'équation paramétrique qui définit les points qui appartiennent au cercle:

$$C_2(x, y : r, x_c, y_c) = (x - x_c(\lambda))^2 - (y - y_c(\lambda))^2 - r^2 = 0.$$

3.2. *Actualisation des cercles et des droites floues*

On re-écrit ici le critère quadratique présenté antérieurement:

$$\mathcal{F}_\lambda^k = \sum_{i=1}^{k} \mu_\lambda^i(z_i) C_n^2(z_i : \lambda); \quad \begin{array}{l} n = 1 \text{ si } \lambda \in \mathcal{A}_1 \\ n = 2 \text{ si } \lambda \in \mathcal{A}_2 \end{array}$$

Pour chaque nouvelle observation $z_i = (x_i, y_i)$, un nouveau couple

$$v(\lambda^d) = \left(a(\lambda), \tilde{b}(\lambda) \right)$$

doit être associé à chaque droite, et un nouveau triplet

$$v(\lambda^c) = (\tilde{r}(\lambda), x_c(\lambda), y_c(\lambda))$$

à chaque cercle. On peut montrer [?] que le critère quadratique (4) conduit aux solutions suivantes

$$v^*(\lambda^d) = A_\lambda^{-1} D_\lambda; \qquad v^*(\lambda^c) = C_\lambda^{-1} E_\lambda,$$

où les éléments des matrices A_λ (2×2) et C_λ (3×3) et des vecteurs D_λ et E_λ sont fonctions des moments (flous) des données, de définition générale:

$$m_{pq}(\lambda)^k = \sum_{i=1}^{k} \mu_\lambda^i(z_i) x_i^p y_i^q, \qquad p, q = 0, \ldots, 3.$$

On peut donc conclure que l'actualisation récursive avec le critère proposé implique la propagation (le long du temps) des moments flous associés à chaque prototype. Ces moments sont récursivement calculés par:

$$m_{pq}^k(\lambda) = m_{pq}^{k-1}(\lambda) + \mu_\lambda^k(z_k) x_k^p y_k^q.$$

3.3. *Recombinaison*

On vient de constater que l'actualisation de chaque prototype demande la connaissance de ses moments. Alors, quand deux prototypes sont recombinés, il faut déterminer les moments associés au nouveau prototype. On présente ici les équations qui déterminent les moments de

$$\lambda = \lambda_1 \cup \lambda_2$$

qui résulte de la recombinaison de λ_1 et de λ_2, pour les droites et pour les cercles flous définis dans la section précédente.

En approchant la série qui définit $m_{pq}(\lambda)$ par des intégrales:

$$m_{pq}(\lambda) = \int_{\Re^2} \mu_\lambda(x, y) x^p y^q dx dy$$

et en considérant que $\lambda = \lambda_1 \cup \lambda_2 \Rightarrow \mu_\lambda(x, y) = \max(\mu_{\lambda_1}(x, y), \mu_{\lambda_2}(x, y))$, on peut écrire,

$$\begin{aligned} m_{pq}^\lambda &= \int_{\mu_1 > \mu_2} \mu_1 x^p y^q + \int_{\mu_2 > \mu_2} \mu_2 x^p y^q \\ &= \int \mu_1 x^p y^q - \int_{\mu_1 < \mu_2} \mu_1 x^p y^q + \int \mu_2 x^p y^q \\ &\quad - \int_{\mu_2 < \mu_1} \mu_2 x^p y^q \\ &= m_{pq}^1 + m_{pq}^2 - \int \min(\mu_1, \mu_2) x^p y^q. \qquad (6) \end{aligned}$$

où toutes les intégrales sont calculées sur tout le plan 2D, $\mu_i \equiv \mu_{\lambda_i}$, $m_{pq}^i \equiv m_{pq}(\lambda_i)$ et on a omit la dépendence en x et en y des fonctions d'appartenance.

Le dernier terme du membre droit de l'équation précédente peut être approché en utilisant la relation d'inclusion $D(\cdot, \cdot)$ pour exprimer le degré de ressemblance des deux prototypes. Admettons que $\lfloor \lambda_1 \subset \lambda_2 \rfloor < \lfloor \lambda_2 \subset \lambda_1 \rfloor \simeq 1$. Alors,

$$\begin{aligned} &\int \min(\mu_1, \mu_2) x^p y^q = \int \mu_{1\wedge2} x^p y^q = \\ &\simeq \int \frac{\int \mu_{1\wedge2}}{\int \mu_2} \mu_2 x^p y^q = \mu_D(\lambda_2, \lambda_1) m_{pq}^2 \qquad (7) \end{aligned}$$

où on a utilisé le fait que dans ces conditions,

$$\mu_2(x, y) \mu_D(\lambda_2, \lambda_1) \simeq \min\left(\mu_{\lambda_1}(x, y), \mu_{\lambda_2}(x, y)\right).$$

Finalement, on peut écrire

$$m_{pq}^{\lambda} = \begin{cases} m_{pq}^{1} + (1-\mu_D(2,1))m_{pq}^{2}, & \mu_D(2,1) \geq \mu_D(1,2) \\ m_{pq}^{2} + (1-\mu_D(1,2))m_{pq}^{1}, & \mu_D(1,2) > \mu_D(2,1) \end{cases}$$

Comme on peut le constater, la définition de λ^* dépend du degré de ressemblance entre λ_1 et λ_2. Si $\mu_D(\lambda_2, \lambda_1)$ est proche de l'unité, λ_2 est "plus petit" que λ_1 et λ sera approximativement égal à λ_1. L'équation (**??**) indique des bornes inférieure et supérieure pour les moments du prototype résultant. L'inégalité $\gg$ est justifiée par le fait qu'un degré de ressemblance élevé est nécessaire pour que deux prototypes soient recombinés.

$$m_{pq}^{1} + m_{pq}^{2} \gg m_{pq}^{\lambda} \geq \max(m_{pq}^{1}, m_{pq}^{2}). \qquad (8)$$

4. Résultats expérimentaux

On présente dans cette section des résultats expérimentaux obtenus avec le mini-robot Khepera (mini-plate-forme mobile de forme circulaire, équipée d'une ceinture de 8 capteurs infra-rouge).

Le robot parcourt d'une façon autonome deux environnements naturels de frontières curvilignes, dans un mode d'asservissement qui cherche à conserver constante sa distance à la frontière. Pendant son déplacement, il utilise ses capteurs d'odométrie pour connaître sa position et son orientation. En utilisant ses capteurs infra-rouge en mode actif, il détecte et localise des points appartenant au contour fermé qu'il suit. Ces détections (coordonnées (x, y) des points détectés) sont traitées par l'algorithme présenté.

L'environnement A (Figure **??**) est plus simple que l'environnement B (Figure **??**), sa frontière étant constituée par une chaîne de segments de droite et de segments dont la courbure varie continuellement. Dans l'environnement B des objets rectilignes et un objet circulaire de très petit diamètre ont été introduits dans une frontière de courbure lentement variable. En mode d'asservissement, le robot effectuera plus de maneuvres dans l'environnement B que dans l'environnement A.

Les figures **??** et **??** illustrent les objets flous identifiés par l'algorithme (le support de leur fonction d'appartenance dans le plan), et les points détectés, pendant deux explorations indépendantes de chaque environnement.

Ces résultats montrent que l'algorithme a dans tous les cas correctement identifié un ensemble de formes qui constituent une bonne approximation de la forme de la frontière, et cela d'une façon itérative, sans avoir besoin de mémoriser les données. Cela est possible par la propagation de plusieurs hypothèses sur la forme des objets.

La redondance des ensembles identifiés est, dans tous les cas, réduite, ce qui démontre l'adéquation du critère de ressemblance utilisé. En fait, seulement dans une des expériences effectuées avec l'environnement B l'algorithme a produit deux interprétations possibles pour un même ensemble de données (une droite et un arc de cercle pour un des objets rectilignes qui constituent la forme en "L" placée à l'intérieur du contour fermé.

On remarque que les objets élémentaires identifiées pendant les deux tours indépendants de chaque environnement présentent une intersection élevée, c'est-à dire, la séquence d'objets déterminée dans chaque expérience est quasiment la même, démontrant la stabilité de l'algorithme. Cette stabilité doit permettre l'utilisation de la représentation générée par l'algorithme pour le positionnement futur du robot, en lui permettant d'identifier les endroits par où il a déjà passé. Des études dans cette direction sont poursuivies actuellement.

5. Références

[1] R. Krishnapuram, O. Nasraoui, H. Frigui. *The Fuzzy C Spherical Shells Algorithm: A new Approach*, IEEE Transactions on Neuronal Networks, Vol. 3, Nbr. 5, Sept. 1992.

[2] William Fulton, *Algebraic Curves*, Mathematical Lecture Note Series, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 1974.

[3] S. Gottwald. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Foundations of Application from a Mathematical point of view*, Wiesbaden, Vieweg Verlag, 1993.

[4] Kenneth G. Manton, Max A. Woodbury and H. Dennis Tolley, *Statistical Applications using Fuzzy Sets*, Wiley series in probability and Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, 1994.

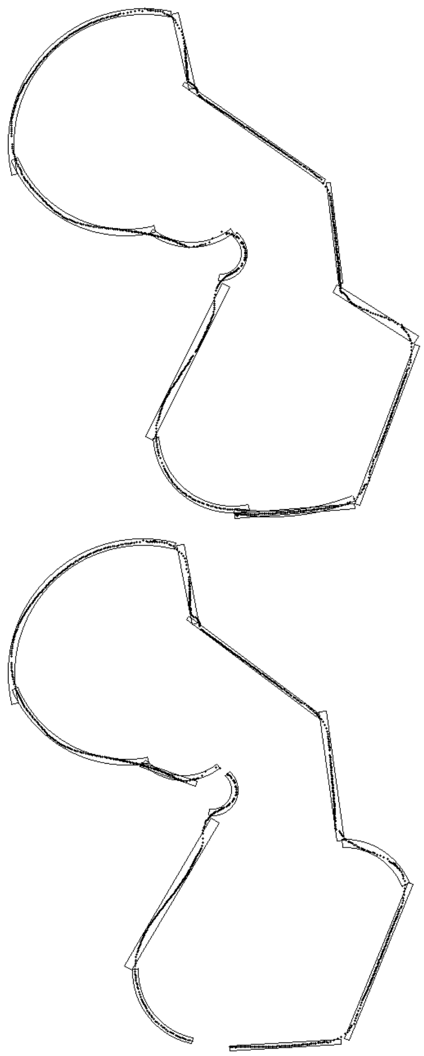

Figure 1: Environnement A.

[5] Stefan Rolfes, M. J. Rendas, M.-C. Thomas, *Mobile Robots: Learning an unknown Environment*, Rapport CNRS/I3S December 1995.

[6] M. João Rendas, *Maximum Likelihood Environment Estimation for Autonomous Robots*, Rapport CNRS/I3S Mai 1996.

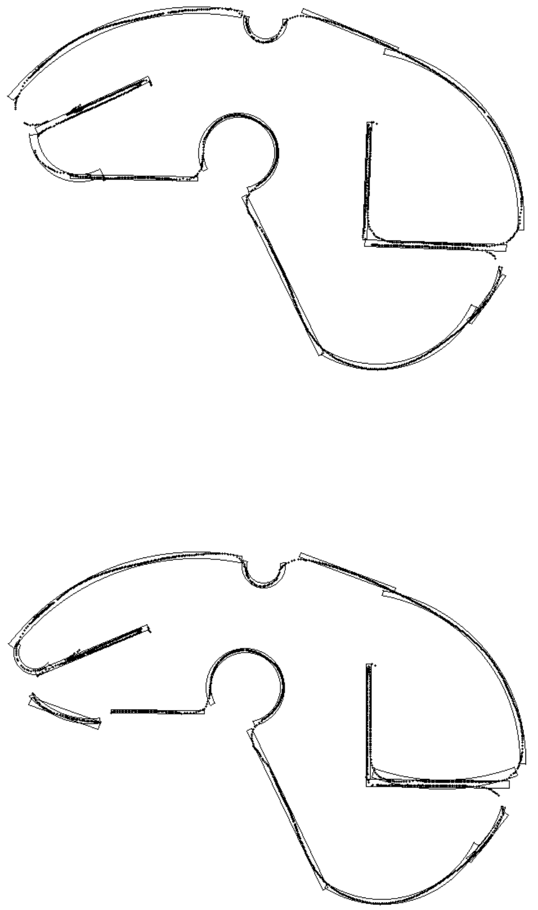

Figure 2: Environnement B.