Nouvelles représentations des mesures de confiances

Olivier Strauss, Université Montpellier II
LIRMM, Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier
161, rue Ada
34392, Montpellier cedex 5
(+33) 467 418 587

Résumé - ***Nous proposons ici de présenter des techniques de représentation de l'information qui pourraient bien ouvrir de nouvelles perspectives dans les domaines du traitement du signal et de l'automatique. Et plus particulièrement pour aborder différemment les problèmes récurrents d'identification, de prise de décision, de fusion d'information, de modélisation, . . .***

Mots-clé - ***mesure de confiance non-additive, probabilité imprécise, possibilité, fonctions de croyance.***

I. Introduction

Dans nos domaines, le modèle de représentation de l'information le plus fréquent, explicitement ou implicitement, est la mesure de confiance additive, ou pour parler plus simplement, la mesure de probabilité, continue ou discrète. On la retrouve certes dans les procédures de filtrage statistique comme le filtre de Kalman ou les filtres particulaires, mais aussi sous-jascente à la modélisation de la réponse impulsionnelle des capteurs, à l'analyse de Fourier ou dans les décompositions en ondelettes. Cette représentation de l'information est tellement ancrée dans nos habitudes que nous avons du mal à nous en défaire, préférant souvent tordre et complexifier les modèles que nous utilisons plutôt que de la remettre en cause.

Depuis une quinzaine d'années pourtant, sous l'impulsion des travaux de Walter et Jaulin [11], se sont développées de nouvelles approches autour d'une représentation alternative de l'information que sont les intervalles. La principale qualité de cette représentation est qu'elle nécessite une connaissance moindre du phénomène étudié et que son utilisation est plus robuste à une mauvaise modélisation que celle utilisant une distribution de probabilité. En ce sens la modélisation par intervalle intègre une méconnaissance partielle du modeleur. La contrepartie en est souvent un manque de spécificité des informations extraites. Ne serait-il pas possible de passer de manière continue de la représentation probabiliste à la représentation intervalliste ? Ne pourrait-on pas augmenter la spécificité des représentations ensemblistes ? C'est exactement ce que propose la théorie des mesures de confiances non-additives.

Les mesures de confiances non additives sont assez méconnues dans nos disciplines. Pis encore, elles jouissent d'une très mauvaise presse dû au manque de rigueur de beaucoup de travaux des année 90 relatant l'utilisation du formalisme de la logique floue en commande – la logique floue est basée sur la théorie des mesures de confiances non-additive – et à l'opposition systématique manifestée par la communauté de la commande classique.

On doit la popularisation de cette théorie aux recherches sur l'aide à la décision. C'est en effet dans ce domaine que se sont manifestées le plus rapidement les limites du modèle probabiliste. La principale de ces limites est l'impossibilité de représenter proprement un état d'ignorance ou de connaissance partielle. Donnons un exemple classique. On vous propose un jeu de pile ou face dans deux conditions différentes. Dans le premier cas, on vous montre la pièce. Elle comporte bien un côté pile et un côté face et elle ne semble pas truquée. L'étude objective de ce problème vous mène à affirmer, avec légitimité, qu'il y a 50% de chance de tomber sur pile et 50 % de chance de tomber sur face. Ce qui veut dire que vous pouvez accepter, sans beaucoup de risque, un pari à un contre un impliquant plus d'une centaine de tirages. Dans le second cas, on ne vous montre pas la pièce. Elle peut être pile–face, ou pile–pile, ou face–face ou encore simplement truquée Quelles sont vos chances ? Si vous restez dans le cadre probabiliste, vous êtes obligés de maintenir cette représentation de 50%-50%. Toute autre représentation ne serait pas cohérente et vous mènerait dans un jeux où l'une des parties serait favorisée par rapport à l'autre. Vous ne pouvez donc pas modéliser de façon différentiée le fait de savoir et le fait de ne pas savoir.

Ramenons cette limite à un problème plus proche du traitement du signal et de l'utilisation d'une mesure issue d'un capteur. Lorsqu'il s'agit d'identifier de la réponse impulsionnelle de ce capteur sur la base d'un ensemble de mesures, cette difficulté se caractérise votre inaptitude, en tant que spécialiste, à différentier votre méconnaissance partielle du phénomène modélisé – et donc un défaut d'adéquation du modèle mathématique que vous utilisez – de l'erreur introduite lors de la procédure de régression, c'est à dire lorsque vous allez donner une valeur à vos paramètres sur la base du jeu de mesures.

En traitement de l'information, on est souvent amené à différentier l'incertitude, qui caractérise un défaut de relation entre l'information mesurée et sa réalité, de l'imprécision qui est attachée à la limite de l'outil employé pour capturer cette information. Ces deux grandeurs sont cependant liées puisqu'à mesure que l'imprécision croît, l'incertitude décroît. Par exemple si je vous affirme que la température du jour ou vous lirez cet article est de 25˚37, la valeur que je donne est très précise, mais sa relation avec la réalité a de grande chance d'être défectueuse. Si je vous affirme que cette température sera comprise entre -10˚ et 40˚, ma prédiction est très imprécise, mais ses chances de réalisations sont très élevées. Le cadre probabiliste peut représenter facilement ces deux défauts. Cependant, la manipulation croisée de ces deux représentations peut mener à des erreurs systématiques : on ne peut manipuler, dans un même formalisme probabiliste, à la fois de l'imprécision et l'incertitude attachée à une information. Cette cohabitation est omniprésente en traitement de données numériques. Ces données, si elles peuvent ne pas être incertaines, sont systématiquement imprécises, dû à l'échantillonnage et à la quantification. Quant à la manipulation probabiliste de données incertaines conjointement à une ignorance partielle, elle aboutit à des paradoxes connus comme celui de Peter, Paul et Mary [12].

Pour un praticien de la théorie de la décision, la plupart des processus que nous manipulons sont des processus de décision ou d'estimation. Une boucle d'asservissement n'est autre que la décision d'envoyer, en entrée du processus, la valeur de commande permettant d'aboutir le plus vraisemblablement à l'état voulu du système contrôlé. La localisation d'un robot mobile n'est autre que la meilleure estimation possible – au sens de la vraisemblance par exemple – de la position de ce robot sur la base des informations délivrées par ses capteurs, du savoir expert représenté par un modèle de comportement du robot ainsi qu'un a-priori sur la fiabilité et la cohérence des informations délivrées par les différents capteurs. Un des enjeux majeures des théories manipulant l'incertain est justement de prendre la meilleure décision possible sur la base des informations en présence.

Au cours des dix dernières année, un intérêt grandissant s'est manifesté pour d'autres théories de l'incertain, capables de prendre en compte l'imprécision au sein des incertitudes. Le cadre le plus général est celui des probabilités imprécises, mais il est souvent difficile à manipuler. La théorie des possibilités propose une représentation plus restrictive mais d'une manipulation très simple. Les fonctions de croyances présentent souvent un bon compromis entre ces deux extrêmes. Enfin d'autres modèles existent comme les distributions de probabilités imprécises, les P-boites, les sous-ensembles approximatifs (rough sets), les variables aléatoires floues, … Nous n'aborderons ici que les modèles les plus faciles à appréhender et dont les structures sont simples à comprendre.

L'avantage d'utiliser des modèles plus généraux est de permettre un représentation de l'information plus nuancée que des modèles ensemblistes et nécessitant moins de données que des modèles probabilistes. Il est par contre important de bien choisir son modèle car si la théorie des probabilités imprécises est le cadre le plus général, c'est aussi celui dont la manipulation est la plus délicate.

Ce document propose une vue rapide des mesures de confiances non-additives les plus courantes et de deux outils de manipulation. Son formalisme mathématique est volontairement simplifié. Si vous souhaitez lire des mathématiques plus rigoureuses, je vous recommande la lecture des quelques références bibliographiques qui closent ce texte.

II. Qu'est-ce qu'une mesure de confiance ?

Pour pouvoir comprendre ce que sont les représentations non-probabilistes d'une information, il est important de revenir à la définition même d'une mesure de confiance. Une mesure de confiance est une fonction d'ensemble ν, à valeur dans un ensemble de référence que nous appellerons Ω vers l'intervalle $[0,1]$, ayant trois propriétés indispensables :

- la croissance : $\forall A, B \subset \Omega$, si $A \subseteq B$, alors $\nu(A) \leq \nu(B)$,
- les deux conditions aux bornes : $\nu(\Omega) = 1$ et $\nu(\varnothing) = 0$,

$\varnothing$ étant l'ensemble vide de Ω.

Et c'est tout ! Ces axiomes ont une interprétation très simple. Si on considère que l'ensemble Ω contient toutes les éventualités d'un événement qui vient de se produire, il est évident que votre confiance est maximale dans le fait que cet événement appartient à Ω et qu'elle est nulle dans le fait qu'il n'appartient pas à Ω. Enfin si vous pensez, avec un certain degré de confiance, que cet événement appartient à un sous-ensemble d'événements, si on vous propose un sous-ensemble plus grand contenant le précédent, votre confiance dans ce nouvel ensemble ne peut être plus faible que dans l'ensemble précédent.

Une première conséquence des ces axiomes est :

$$\forall A, B \subset \Omega, \nu(A \cup B) \geq max(\nu(A), \nu(B)) \text{ et } \nu(A \cap B) \leq min(\nu(A), \nu(B)). \tag{1}$$

Si maintenant on rajoute quelques hypothèses sur la nature objective des liens entre les informations dont est issue cette mesure de confiance, alors on peut ajouter à ces trois axiomes celui de l'additivité :

- additivité : $\forall A, B \subset \Omega$, si $A \cap B = \oslash$, alors $\nu(A \cup B) = \nu(A) + \nu(B)$.

Dans ce cas la mesure de confiance est une probabilité. Dû à l'additivité, elle peut être représentée par une densité de probabilité continue ou discrète suivant la nature de Ω, c'est à dire par sa valeur sur des singletons.

Par contre, si on ne fait pas cette hypothèse d'additivité, on obtient une mesure de confiance plus générale appelée capacité par Choquet ou probabilité imprécise. Cette mesure de confiance doit être représenté par une distribution de valeur pour tout sous ensemble de Ω. Pourquoi probabilité imprécise ? Parce que, contrairement aux probabilités usuelles qui sont précises, la mesure de confiance est basée sur une paire de mesures conjuguées qui peuvent être interprétées comme une confiance minimale et une confiance maximale en l'événement considéré.

Le paragraphe suivant présente six de ces représentations en allant de la plus générales aux plus spécifiques. Cette taxinomie est inspirée des travaux de thèse de Sébastien Destercke [5].

III. Mesures de confiances non-additives : une taxinomie

Les notations que nous allons employer sont les suivantes :

- Ω est l'ensemble de référence, celui sur les parties duquel sont définies les mesures de confiances,
- $\mathcal{P}(\Omega)$ est l'ensemble des sous-ensembles Ω,
- ν est une mesure de confiance de $\mathcal{P}(\Omega)$ dans $[0,1]$,
- A étant un ensemble de Ω, A^c est le complémentaire de l'ensemble A dans (Ω) ,
- Υ_Ω est l'ensemble des probabilités (mesures de confiances additives) définies sur Ω.

Nous ne différentions pas, dans cet article, les cas où Ω est discret des cas ou il est continu. Dans la pratique, ces deux configuration mènent à des approches calculatoires différentes. Pour la vision un peu générale que nous présentons, cette différentiation n'est pas nécessaire.

A. *Capacité ou mesure de confiance non-additive*

Une mesure de confiance non-additive [4] ou capacité est une fonction d'ensemble des parties de Ω dans $[0, 1]$ vérifiant les trois axiomes fondamentaux des mesures de confiance.
A partir de toute capacité ν, on peut définir sa capacité complémentaire ν^c par :

$$\forall A \subset \Omega, \nu^c(A) = 1 - \nu(A^c). \tag{2}$$

Remarque 1 : lorsqu'une capacité est égale à sa conjuguée, la mesure de confiance est une probabilité et vice-versa.

B. *Capacités concaves, capacités convexes*

Une capacité est concave ou super-additive si elle vérifie :

$$\forall A, B \subset \Omega, \nu(A \cup B) + \nu(A \cap B) \geq \nu(A) + \nu(B). \tag{3}$$

Il en découle que $\forall A \subset \Omega, \nu(A) + \nu(A^c) \leq 1$.

Une capacité est convexe ou sous-additive si elle vérifie :

$$\forall A, B \subset \Omega, \nu(A \cup B) + \nu(A \cap B) \leq \nu(A) + \nu(B). \tag{4}$$

Il en découle que $\forall A \subset \Omega, \nu(A) + \nu(A^c) \geq 1$.

Remarque 2 : si une capacité est concave, sa conjuguée est convexe et vice-versa.

Remarque 3 : une probabilité est à la fois concave et convexe, ce qui justifie la remarque 1.

Un des intérêts principaux de ces mesures de confiance concaves, aussi appelées 2-monotone, est qu'elles permettent de représenter l'ensemble convexe de mesures de probabilités qu'elles dominent. Cet ensemble, noté $\mathcal{N}(\nu)$ et appelé **noyau** de la capacité ν est défini par :

$$\mathcal{N}(\nu) = \{P \in \Upsilon_\Omega | \forall A \subset \Omega, \nu(A) \leq P(A) \leq \nu^c(A)\}. \tag{5}$$

Une telle capacité permet donc de représenter une information d'ordre deux sur une mesure de confiance additive, c'est à dire une imprécision sur la probabilité. C'est ainsi qu'on représente l'imprécision dans l'incertitude. Le fait que la capacité soit 2-monotone assure le fait que son noyau est non-vide (ce qui n'est pas le cas pour toute capacité).

Cette notion d'encadrement des probabilités ont été étendues par Walley sous le nom de *probabilités imprécises* [13] en étendant ces mesures aux espérances mathématiques de fonctions réelles bornées de Ω. C'est lui qui propose de définir ainsi des *boites de probabilités* ou *P-boites*. Globalement, on peut conserver l'idée qu'une probabilité inférieure est une capacité super-additive et une probabilité supérieure est une capacité sous-additive.

C. *Mesure de croyance*

Les mesures de croyance (ou théorie de l'évidence ou fonctions de Demster-Shaffer [3] ou théorie des ensembles aléatoires) sont plus connues dans le domaine du traitement du signal car elles ont été beaucoup utilisées pour réaliser de la fusion de données sensorielles (voir par exemple [10]). C'est un cas particulier de capacités concaves. Les fonctions de croyances sont ∞-monotones.
Leur particularité est de pouvoir être représentées par une distribution de masses sur un ensemble fini d'éléments de $\mathcal{P}(\Omega)$ appelés *éléments focaux*. Si on appelle $\mathcal{F}$ l'ensemble de ces éléments focaux, qui est

donc un sous ensemble de $\mathcal{P}(\Omega)$, la mesure de croyance peut alors être représentée par une distribution de masse sur chaque élément de $\mathcal{F}$. Notons $m(E)$ la masse associée à $E \in \mathcal{F}$, cette distribution est normalisée au sens où :

$$\sum_{E \in \mathcal{F}} m(E) = 1. \tag{6}$$

Attention ! Il serait facile de faire un contre-sens. Cette distribution de masse n'est pas la mesure de confiance elle-même mais sa représentation. Elle permet de définir deux mesures de confiances duales, l'une concave, la croyance ou crédibilité Cr, l'autre convexe, la plausibilité Pl par :

$$\forall A \subset \Omega, Cr(A) = \sum_{E \in \mathcal{F}, E \subset A} m(E), \tag{7}$$

$$\forall A \subset \Omega, Pl(A) = \sum_{E \in \mathcal{F}, E \cap A \neq \varnothing} m(E). \tag{8}$$

Les techniques de manipulations des fonctions de croyance via leur représentation sur les masses sont assez simples mais se révèlent souvent assez gourmandes en temps de calcul. Les fonctions de croyance peuvent être vues comme des distributions de probabilités portant sur des ensembles. Appliquées à des données réelles, il est assez fréquent de définir les éléments focaux comme des boites de l'espace considéré.

D. Possibilités

Les mesures de possibilités [6] sont les probabilités imprécises les moins spécifiques. Elles représentent la limite de l'axiome de croissance représentée par l'expression (1). La mesure de possibilité Π est définie par :

$$\forall A, B \subset \Omega, \Pi(A \cup B) = max(\Pi(A), \Pi(B)). \tag{9}$$

La capacité duale de la mesure de possibilité est la mesure de nécessité N définie par :

$$\forall A, B \subset \Omega, N(A \cap B) = min(N(A), N(B)). \tag{10}$$

Cette capacité est la seule, avec la mesure de probabilité, à pouvoir être représentée par une distribution, c'est à dire par ses valeurs sur les singletons de Ω. Cette distribution est notée π, elle prend ses arguments dans Ω et est à valeur dans $[0, 1]$. La possibilité et la nécessité sont définies à partir de la distribution π par :

$$\forall A \subset \Omega, \Pi(A) = \sup_{x \in A} \pi(x), N(A) = 1 - \Pi(A^c) = \inf_{x \in A} \pi(x). \tag{11}$$

Ce sont des fonctions de croyance particulières dont tous les éléments focaux sont emboîtés. Cet emboîtement, qui donne une cohérence au modèle possibiliste, est la particularité qui en permet une représentation simple.

Remarque 4 : une distribution de possibilités qui aurait ses valeurs dans $\{0, 1\}$ est une simple fonction caractéristique d'ensemble.

Sous l'impulsion de Dubois et Prade, beaucoup de travaux ont été développés autour de cette notion de distribution de possibilité. Certains de ces travaux montrent que les mesures de possibilités permettent de représenter facilement des notions statistiques complexes. Par exemple le fait que les intervalles de confiance issus d'une distributions de probabilité ne sont autre qu'une distribution de possibilité [8]. Il en est de même pour la représentation de nombreux tests statistiques. La théorie des possibilités permet alors de représenter et de manipuler très facilement de nombreux outils statistiques usuels [7]. Sous certaines conditions, une distribution de possibilité peut être vue comme une généralisation plus nuancée de la représentation intervalliste.

E. P-boites

Les P-boites sont définies originellement sur des ensembles réels. On doit à Destercke leur généralisation à n'importe quel ensemble [5]. C'est un cas particulier de fonctions de croyances. Une P-boite est définie comme une paire de distribution cumulées $[\underline{F}, \overline{F}]$ définies sur Ω (avec naturellement $\underline{F} \leq \overline{F}$). Une P-boite représente un ensemble de probabilités :

$$\mathcal{N}([\underline{F}, \overline{F}]) = \{P \in \Upsilon_\Omega | \forall x \in \Omega, \underline{F}(x) \leq P((-\infty, x]) \leq \overline{F}(x)\}. \tag{12}$$

Ce modèle est simple à manipuler et permet facilement de représenter une méconnaissance de la bonne distribution de probabilité modélisant un problème. La connaissance de deux fonctions est suffisante au lieu d'une distribution de fonctions d'ensemble pour un cas général de fonctions de croyance.

F. Distribution imprécises de probabilités

Se calquant plus ou moins sur le même principe que les P-boites, les distributions de probabilité imprécises [2] sont un ensemble de deux fonctions l et u telles que $l \leq u$. Contrairement au cas précédent, où les fonctions $\underline{F}$ et $\overline{F}$ étaient des cumulées, l (comme lower) et u (comme upper) ne sont pas des densités de probabilités car elles ne somment pas à un. L'ensemble des probabilités définies par l et u est :

$$\mathcal{N}([l, u]) = \{P \in \Upsilon_\Omega | \forall x \in \Omega, l(x) \leq f_P(x) \leq u(x)\}, \tag{13}$$

où f_P est la densité de probabilité associée à la mesure de probabilité P. C'est aussi un modèle très simple à utiliser. Par exemple le calcul de la probabilité imprécise associée à ensemble $A \subset \Omega$ est obtenu par :

$$\underline{P}(A) = max(\int_A l(x)dx, 1 - \int_{A^c} u(x)dx), \text{ et } \overline{P}(A) = min(\int_A u(x)dx, 1 - \int_{A^c} l(x)dx). \tag{14}$$

Dans cet exemple l'espace Ω est continu.

IV. Quelques outils

A. Transformations

Il existe beaucoup de transformations permettant de passer d'un modèle à un autre. Lorsqu'on passe d'un modèle particulier à un modèle plus général, il n'y a aucune perte (ni ajout) d'informations. Il n'y a alors pas de transformation à proprement parler, sauf bien sûr lorsqu'il s'agit de définir par exemple une distribution de masse avec une distribution de possibilité.

Ce qui est intéressant dans la pratique, c'est de passer d'un modèle particulier à un autre modèle particulier (voir par exemple [1]). La plupart de ces transformations sont basées sur le principe du maximum de spécificité (lorsqu'on passe d'une représentation à une autre, la nouvelle représentation est la plus petite contenant la première) et de cohérence des représentations. Par exemple, la transformation probabilité-possibilité [8] s'appuie directement sur la décomposition de la mesure de probabilité en intervalles de confiance emboîtés.

B. Espérance mathématique

Un des outils les plus utilisés en statistiques, et pour nous dans quasiment tout le traitement du signal, c'est l'opérateur espérance mathématique. Dû a l'additivité des mesures de probabilité, l'espérance mathématique prend l'aspect d'une somme pondérée, continue ou discrète. Soit ϕ une fonction de Ω vers un autre espace $\mho$, et P une mesure de probabilité dont la fonction de densité est f_P, l'espérance de ϕ par rapport à P s'écrit :

$$\begin{gathered} E_P(\phi) = \textstyle\int_\Omega \phi(x) f_P(x)dx, \text{ dans le cas continu,} \\ \text{et } E_P(\phi) = \textstyle\sum_{x\in\Omega} \phi(x).f_P(x), \text{ dans le cas discret.} \end{gathered} \tag{15}$$

Si on considère une capacité ν comme un ensemble (convexe ou non) de probabilités précises, l'espérance mathématique imprécise par rapport à ν se définit naturellement comme l'enveloppe convexe de toutes les espérances qu'on obtiendrait en considérant toutes les probabilités appartenant à $\mathcal{N}(\nu)$:

$$\begin{gathered}\underline{\overline{E}}_\nu(\phi) = [\underline{E}_\nu(\phi), \overline{E}_\nu(\phi)], \\ \text{avec } \underline{E}_\nu(\phi) = \inf_{P\in\mathcal{N}(\nu)} E_P(\phi) \text{ et } \overline{E}_\nu(\phi) = \sup_{P\in\mathcal{N}(\nu)} E_P(\phi).\end{gathered} \tag{16}$$

Si la capacité considérée est convexe ou concave, alors cette enveloppe convexe est l'ensemble lui-même. Elle est calculée de façon extrêmement simple par la généralisation de l'opérateur espérance mathématique qu'est l'intégrale de Choquet [9]. L'expression de cette intégrale dans le cas ou Ω est un espace discret de N éléments ($\Omega = \{x_n\}_{n=1\ldots N}$) est définie par :

$$C_v(\phi) = \sum_{n=1}^{N} \phi_{(n)}(v(A_{(n)}) - v(A_{(n+1)})), \tag{17}$$

avec $\phi_n = \phi(x_n)$, le symbole (.) indique une permutation triant les ϕ_n par ordre croissant ($\phi_1 \leq \phi_2 \leq \ldots \leq \phi_N$) et les ensembles $A_{(n)}$ sont définis par $A_{(n)} = \{x_{(n)}, \ldots, x_{(N)}\}$ ($A_{(N+1)} = \varnothing$).
Dans cette expression, ϕ doit être une fonction positive, mais sa généralisation au cas positif-négatif est très simple.
Le cas continu est un peu plus compliqué. Il s'écrit à l'aide d'une intégrale ressemblant beaucoup à l'intégrale de Lebesgue :

$$C_v(\phi) = \int_0^\infty \nu(\{x \in \Omega | \phi(x) \geq \alpha\}) d\alpha. \tag{18}$$

Dans le contexte de l'analyse numérique, son utilité est réduite sauf lorsqu'il s'agit de problèmes continus que l'on veut exprimer dans le domaine discret.

V. Discussion

L'objet de cette présentation est de sensibiliser la communauté des roboticiens, automaticiens et spécialistes du traitement du signal à ces nouvelles techniques mathématiques. Il s'agit maintenant de s'approprier ces nouveaux outils pour trouver des solutions simples à des problèmes récurrents dont nous proposons ici une liste ouverte :

– représentation de l'incertitude associée à la modélisation d'un processus (par exemple les paramètres ou l'expression même d'une fonction de transfert),
– fusion de données à la fois imprécises et incertaines,
– propagation des erreurs d'identification et d'approximation dans un processus automatique et prise en compte de ces erreurs,
– simplification des modèles non-linéaires par utilisation de modèles réellement approximatifs,
– développement de nouvelles techniques d'inversion numériques,
– prise en compte de la quantification et de l'échantillonnage dans les techniques d'analyse numériques – par exemple des méthodes de régression type moindre-carrés,
– prise en compte de disparités d'échantillonnage – par exemple dans le cas de données issues de capteur de vision par triangulation,
– représentation et utilisation d'une information incomplète sans avoir besoin de la compléter artificiellement,
– ...

Remerciements

Je remercie Andrew Comport pour m'avoir invité à faire cette présentation.

REFERENCES

[1] C.Baudrit, I. Couso, D. Dubois, Joint propagation of probability and possibility in risk analysis : Towards a formal framework International Journal of Approximate Reasoning, Volume 45, Issue 1, May 2007, Pages 82-105

[2] L. de Campos, J. Huete, and S. Moral. Probability intervals : a tool for uncertain reasoning. I. J. of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2 :167–196, 1994.

[3] A. Dempster, Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping, The Annals of Mathematical Statistics, 38 (1967) 325-339.

[4] D. Denneberg. Non Additive Measure and Integral, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994.

[5] S. Destercke, Représentation et combinaison d'informations incertaines : application aux études de sûreté nucléaires, thèse de doctorat de l'Université de Toulouse, 28 octobre 2008.

[6] D. Dubois, H. Prade, Possibility theory : an approach to computerized processing of uncertainty, Plenum Press, London, 1985.

[7] D. Dubois, L. Foulloy, G. Mauris, H. Prade, Probability-possibility transformation, triangular fuzzy sets, and probabilistic inequalities, Reliable Computing, volume 10, (2004) 273-297.

[8] D. Dubois, Possibility theory and statistical reasoning, Computational Statistics & Data Analysis, 51 (2006) 47-69.

[9] M. Grabisch, T. Murofushi, M. Sugeno Eds, Fuzzy measures and integrals : theory and applications, Physica-Verlag, Berlin, 2000.

[10] F. Janez, Fusion de sources d'information définies sur des référentiels non exhaustifs différents. Solutions proposées sous le formalisme de la théorie de l'évidence, thèse de doctorat de l'Université d'Angers, 13 novembre 1996.

[11] L Jaulin, M. Kieffer, O. Didrit, Walter E, Applied Interval Analysis, Springer Verlag, 2001.

[12] P. Smets (1988), "Belief functions versus probability functions. In Proceedings of the 2nd international Conference on information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems on Uncertainty and intelligent Systems (Urbino, Italy). G. Goos and J. Hartmanis, Eds. Springer-Verlag New York, New York, NY, 17-24.9.

[13] P. Walley, Statistical reasoning with imprecise probabilities. Chapman and Hall, New York, 1991.