# TD 1 : Intégrales.

1. Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_1^5 e^{-3x}dx \qquad \int_1^2 \frac{1}{t^2}e^{\frac{4}{t}}dt \qquad \int_0^1 \frac{x}{(2x^2+1)^2}dx$$

$$\int_0^{\pi/3} \sin^2 t\ dt + \int_0^{\pi} \cos^2 t\ dt \qquad \int_0^{\pi/3} \sin^3 x\ dx \qquad \text{(Ecrire } \sin^3 x = \sin x \times \sin^2 x\text{)}$$

2. a) Déterminer une primitive de f(t) = $\frac{48t^4 - 4t^3 + 12t^2 - 4t + 1}{(3t-1)(1+4t^2)}$. b) Calculer I = $\int_{1/2}^{1} f(x)dx$.

3. Soient $f$(t) = $\frac{1}{\ln(t)}$ et F(x) = $\int_2^x f(t)dt$ $\forall x \in ]1;+\infty[$.

   a) Donner l'ensemble de définition de $f$, et justifier celui de F.

   b) Calculer F(2) et F'(x). *En déduire une définition de F à partir de f.*

   c) Déterminer le sens de variation de F. En déduire le signe de F.

   d) Comparaison de F(x) et de G(x) = $\int_2^x \frac{1}{t}dt$ au voisinage de $+\infty$ :

   - Comparer f(t) et $\frac{1}{t}$.( $\forall t \in ]1\ ;+\infty[$ $\ln(t) < t$ ). En déduire une comparaison entre F et G.
   - Calculer G(x).
   - Calculer la limite de G(x) quand x tend vers $+\infty$.
   - En déduire la limite de F(x) quand x tend vers $+\infty$.

4. Démontrer que : $\sqrt{2} \le \frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/4} \sqrt{3-\cos^2 t}\ dt \le \sqrt{3}$.

5. Calculer les intégrales suivantes, à l'aide d'une intégration par parties :

$$\int_0^1 te^{-t}dt \qquad \int_1^3 t(\ln t)^2 dt \qquad \int_0^5 x^2 e^{-4x}dx$$

6. Calculer : $\int_0^{\pi/3} x\cos(3x)dx$ $\int_1^2 \frac{x}{1+x^4}dx$ $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{2+2\cos x}dx$ (changement de variable)

7. Calculer une valeur approchée de $\int_1^{13} \ln(x)dx$ en utilisant la méthode des rectangles, puis la méthode des trapèzes avec une subdivision en 4 intervalles.
   Comparer les 2 valeurs approchées à la valeur de l'intégrale.

Florence NICOLAU
IUT de NICE CÔTE D'AZUR - Département STID 