

Chapitre 3 : Calcul des variations saisonnières.

La tendance C_t est estimée par ajustement ou lissage (moyenne ou médiane mobile).

On va maintenant estimer les variations saisonnières S_t .

Rappel : dans le cas d'une estimation de C_t par moyennes mobiles, il y a $p/2$ données manquantes au début et $p/2$ données manquantes à la fin.

I. Calcul des données sans tendance.

1. Cas du modèle additif.

Les données sans tendance sont $Y_t - C_t$.

2. Cas du modèle multiplicatif.

Les données sans tendance sont $\frac{Y_t}{C_t}$.

II. Calcul des coefficients saisonniers S_j .

Etant donné que l'on a fait l'hypothèse que les variations saisonnières se répètent à l'identique chaque année, on estime un coefficient saisonnier pour chacun des p mois, la variation saisonnière de tous les mois j sera le coefficient saisonnier du mois j .

On considère les données sans tendance, on les range par année (en ligne) et par mois (en colonne).

On calcule la moyenne des données sans tendance concernant le mois j des n années, ce qui donne une première estimation du coefficient saisonnier S_j .

On fait ceci pour chacun des mois j ($j = 1, 2, \dots, p$).

1. Cas du modèle additif :
$$S_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_{ij} - C_{ij})$$

2. Cas du modèle multiplicatif :
$$S_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Y_{ij}}{C_{ij}}$$

Dans le cas d'un lissage par moyennes ou médianes mobiles, les calculs portent seulement sur $n - 1$ années.

Exemples : Document 1

a) Décomposition avec un modèle additif et un ajustement de la tendance (moindres carrés ou méthode de Mayer).

| | Trimestre 1 | Trimestre 2 | Trimestre 3 | Trimestre 4 | |
|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|----------------|
| 1990 | -1685,15 | 502,28 | 1988,7 | -656,87 | |
| 1991 | -1473,45 | 855,98 | 1490,4 | -730,17 | |
| 1992 | -1335,75 | 700,68 | 1652,1 | -756,47 | |
| 1993 | -1537,04 | 830,38 | 1712,81 | -954,77 | |
| 1994 | -1507,34 | 713,08 | 1758,51 | -879,07 | |
| 1995 | -1625,64 | 828,78 | 1731,21 | -953,37 | Moyenne |
| S_j | -1527,4 | 738,5 | 1722,3 | -821,8 | 27,9 |
| S_j^2 | -1555,3 | 710,6 | 1694,4 | -849,7 | 0,0 |

Données sans
tendance $Y_t - Ct$ \bar{S} $S_1 - \bar{S}$

b) Décomposition avec un modèle multiplicatif et lissage par les moyennes mobiles pour la tendance.

| | janv | févr | mars | avr | mai | juin | juil | août | sept | oct | nov | déc | |
|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------------|
| 1992 | | | | | | | 1,11 | 1,11 | 0,98 | 0,97 | 1,00 | 1,09 | |
| 1993 | 1,16 | 0,96 | 0,99 | 0,91 | 0,98 | 1,05 | 1,15 | 1,13 | 1,01 | 0,95 | 0,95 | 1,05 | |
| 1994 | 1,12 | 0,99 | 0,98 | 0,89 | 0,97 | 1,04 | 1,12 | 1,12 | 1,00 | 0,94 | 0,95 | 1,03 | |
| 1995 | 1,13 | 1,00 | 0,99 | 0,90 | 0,97 | 1,01 | 1,10 | 1,11 | 0,97 | 0,96 | 0,95 | 1,01 | |
| 1996 | 1,06 | 1,00 | 1,00 | 0,89 | 0,93 | 1,00 | 1,14 | 1,14 | 1,02 | 0,95 | 0,95 | 1,04 | |
| 1997 | 1,09 | 0,95 | 0,99 | 0,93 | 0,96 | 1,09 | | | | | | | Moyenne |
| S_j | 1,12 | 0,99 | 0,99 | 0,90 | 0,97 | 1,04 | 1,12 | 1,12 | 1,00 | 0,95 | 0,95 | 1,04 | 1,015 |
| S_j^2 | 1,11 | 0,97 | 0,97 | 0,88 | 0,95 | 1,02 | 1,10 | 1,10 | 0,98 | 0,94 | 0,93 | 1,03 | 1 |

Données sans
tendance $\frac{Y_t}{Ct}$ \bar{S} $\frac{S_1}{\bar{S}}$

Remarque : On peut aussi estimer S_j par **médiane** des données sans tendance du mois j , au lieu de la moyenne, ou encore en calculant **la moyenne en excluant les valeurs extrêmes** (valeurs qui peuvent être aberrantes) des données sans tendance.

III. Correction des coefficients saisonniers.

En raison du principe de conservation des aires : « l'influence des variations saisonnières sur une année est nulle », on doit corriger les coefficients saisonniers.

Pour cela on commence par **calculer la moyenne** des coefficients saisonniers : $\bar{S} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p S_j$.

Remarque : On calcule toujours la moyenne des S_j , que les coefficients saisonniers aient été calculés par moyenne ou par médiane des données sans tendance.

1. Cas du modèle additif.

Le principe de conservation des aires se traduit par le fait que **la moyenne des coefficients saisonniers \bar{S} doit être nulle.**

Donc si \bar{S} est non nulle, on calcule les coefficients saisonniers corrigés en soustrayant à chacun des S_j la moyenne \bar{S} : $S_j' = S_j - \bar{S}$

2. Cas du modèle multiplicatif.

Le principe de conservation des aires se traduit par le fait que **la moyenne des coefficients saisonniers \bar{S} doit être égale à 1.**

Donc si \bar{S} est différente de 1, on calcule les coefficients saisonniers corrigés en divisant chacun des S_j par la moyenne \bar{S} : $S_j' = \frac{S_j}{\bar{S}}$.

IV. Ecriture de la série des variations saisonnières S_t .

En raison du principe de répétition à l'identique chaque année, on a :

$$\begin{array}{l} \text{quel que soit l'année } i \text{ (} i = 1..n \text{)} \\ \text{ou encore} \end{array} \quad \begin{array}{l} S_{ij} = S_j' \\ S_t = S_j' \text{ si } t \text{ est le } j^{\text{e}} \text{ mois d'une année } i \end{array}$$

Il suffit donc de **recopier les p coefficients saisonniers corrigés pour chacune des n années.**

Document 2 :

Exemple a) :

| Année | S_t |
|-------|---------|
| 1990 | -1555,3 |
| | 710,6 |
| | 1694,4 |
| | -849,7 |
| 1991 | -1555,3 |
| | 710,6 |
| | 1694,4 |
| | -849,7 |
| 1992 | -1555,3 |
| | 710,6 |
| | 1694,4 |
| | -849,7 |

Exemple b) :

| Année | S_t |
|-------|-------|
| 1992 | 1,11 |
| | 0,97 |
| | 0,97 |
| | ... |
| | 0,93 |
| | 1,03 |
| 1993 | 1,11 |
| | 0,97 |
| | 0,97 |
| | ... |
| | 0,93 |
| | 1,03 |