Etude d'une série chronologique.

Soit une série chronologique $(Yt)_{t=1\ldots np} = (Yij)_{\substack{i=1\ldots n\\ j=1\ldots p}}$

t = nombre de mois à partir de la date 0.
i = numéro de l'année.
j = numéro du mois dans l'année i.

On trace le graphe (t ; Yt) et éventuellement (t ; ln(Yt)).

On trace le graphe des courbes superposées.

On estime la tendance (Ct).

<u>1° cas : La tendance a l'allure d'une fonction connue : linéaire, exponentielle, …</u>

Ajustement de la tendance

On ajuste (Ct) par la méthode des moindres carrés, ou par la méthode de Meyer.
D'où une expression analytique de Ct en fonction de t.

<u>2° cas : La tendance est quelconque.</u>

Lissage par moyennes mobiles

On estime la tendance à l'aide des moyennes mobiles, ou des moyennes mobiles centrées si leur ordre (= la période des variations saisonnières) est pair, ou encore à l'aide des médianes mobiles, médianes mobiles centrées si l'ordre est pair.
D'où Ct = Mp'(t).

On trace (t ; Ct) sur le graphique de (Yt) et on choisit le modèle de composition : additif ou multiplicatif.

On estime les coefficients saisonniers (St).

1°cas : Modèle additif.

On calcule les données sans tendance Yt – Ct.
On calcule la moyenne des données sans tendance du mois j sur les n années, ceci pour chacun des p mois.

D'où $S_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Yij - Cij)$.

Au lieu de la moyenne, on peut calculer la médiane ou la moyenne en excluant les valeurs extrêmes.

On calcule la moyenne des S_j : $\overline{S} = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p} Sj$

Si $\overline{S} \neq 0$ on corrige les S_j : $S_j' = S_j - \overline{S}$

2°cas : Modèle multiplicatif.

On calcule les données sans tendance $\frac{\text{Yt}}{\text{Ct}}$.

On calcule la moyenne, la médiane ou la moyenne en excluant les valeurs extrêmes, des données sans tendance du mois j sur les n années, ceci pour chacun des p mois.

D'où $S_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{Yij}{Cij}$.

On calcule la moyenne des S_j : $\overline{S} = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p} Sj$

Si $\overline{S} \neq 1$ on corrige les S_j : $S_j' = \frac{Sj}{\overline{S}}$.

D'où la série des variations saisonnières : $\forall i \quad S_{ij} = S_j'$ ceci pour tous les mois j.

On calcule la série CVS (désaisonnalisée).

Modèle additif	Modèle multiplicatif
$Dij = Yij - Sij = Yij - S_j'$	$Dij = \frac{Yij}{Sij} = \frac{Yij}{Sj'}$

Les données CVS sont directement comparables d'un « mois » à l'autre.

On peut estimer l'évolution de la grandeur mesurée à l'aide du graphique de la série CVS (Dij).

On peut réévaluer la tendance à partir de la série CVS par ajustement ou lissage.

On calcule la série ajustée.

$\hat{Y}_t = Ct + St$ $\quad \hat{Y}_{ij} = Cij + S_j'$	$\hat{Y}_t = Ct \times St$ $\quad \hat{Y}_{ij} = Cij \times S_j'$

On trace (Yt) et ($\hat{Y}_t$) sur le même graphique, ce qui permet de voir si l'ajustement est correct.

On calcule les variations accidentelles.

$\varepsilon_t = Yt - \hat{Y}_t$	$\varepsilon_t = Yt - \hat{Y}_t$ ou $\varepsilon_t = \frac{Yt}{\hat{Y}t}$

On a ainsi décomposer la série chronologique(Yt) en 3 composantes : sa tendance (Ct), ses variations saisonnières (St), et ses variations accidentelles (ε_t) qui se composent de la manière suivante :

$Yt = Ct + St + \varepsilon_t$.	$Yt = Ct \times St + \varepsilon_t$ ou $Yt = Ct \times St \times \varepsilon_t$

Cas d'une tendance ajustée

On peut faire des prévisions très facilement :
On prévoit la tendance en calculant C_{np+1} …
Selon le modèle de composition, on ajoute ou on multiplie par le coefficient saisonnier corrigé du mois.

Cas d'une tendance obtenue par lissage

L'estimation de la tendance est plus proche que par ajustement, d'où une meilleure description.

On peut faire des prévisions par lissage exponentiel