

Processus Stochastiques

TD 4 Bruit et filtrage 2

4.1 Signal bruité

On considère la superposition d'un signal harmonique $s(t) = a \cos(2\pi f_c t)$ et d'un bruit gaussien, centré, de variance σ^2 , à bande étroite autour de f_c . Une représentation du signal bruité est donnée par l'expression :

$$x(t) = a \cos(2\pi f_c t) + n(t)$$

- Utiliser la représentation canonique pour donner les deux composantes (en phase et en quadrature de phase) de $X(t)$.
- Calculer la moyenne statistique et la variance de chaque composante.
- Calculer leur densité de probabilité conjointe.
- Exprimer $X(t)$ en module et phase et calculer la densité de probabilité marginale de $R(t)$.

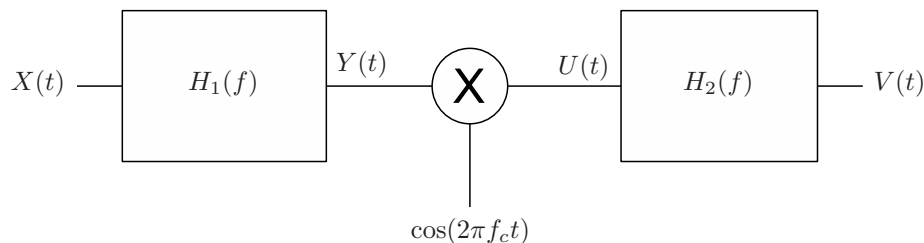
Remarques :

- a. Les deux composantes d'un bruit gaussien, centré, à bande étroite sont statistiquement indépendantes si la dsp $S_N(f)$ est symétrique autour de la fréquence f_c .
- b. Utiliser la définition de la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre zéro :

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(x \cos \phi) d\phi$$

4.2 Démodulation

On donne le schéma-bloc d'un récepteur composé d'un filtre passe-bande et d'un démodulateur cohérent :



Les fonctions de transfert des deux filtres sont données par ($B \ll f_c$) :

$$H_1(f) = \begin{cases} 1, & |f \pm f_c| \leq B \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad H_2(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq B \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Le signal aléatoire à l'entrée du récepteur peut être modélisé par :

$$X(t) = S(t) + W(t)$$

où $S(t)$ est le signal modulé en amplitude et $W(t)$ un bruit blanc, gaussien, centré, de dsp égale à $\eta/2$.

À l'émetteur, on obtient $S(t)$ en multipliant le message $M(t)$ (signal aléatoire, stationnaire au sens large, dont la dsp se situe en bande de base et occupe une bande passante égale à B) avec le signal d'un oscillateur local, $A_c \cos(2\pi f_c t)$.

À la sortie du filtre passe-bande, on a $Y(t) = S(t) + N(t)$. Utiliser la représentation canonique du bruit passe-bande sous la forme :

$$N(t) = N_I(t) \cos(2\pi f_c t) - N_Q(t) \sin(2\pi f_c t).$$

Calculer les rapports signal sur bruit (SNR) suivants :

- au niveau du canal : $\text{SNR}_c = \frac{\text{puissance de } S(t)}{\text{puissance du bruit dans la b.p. du message}}$,
- à l'entrée du démodulateur (SNR_e),
- à la sortie du récepteur (SNR_s).