Nom :

Prénom :

Université de Nice-Sophia Antipolis — Licence Miage 3

Mathématiques — 2014–2015

Contrôle continu 25 Mars

Durée : 1 heure 30

Note :

Toutes les réponses doivent être justifiées.
Le correcteur attachera de l'importance à la qualité de rédaction.
Une feuille A4 manuscrite autorisée - Calculatrice, téléphone et ordinateur interdits

1 Dénombrement (8 points)

Lors d'une course hippique, 12 chevaux prennent le départ.

1. Donner le nombre de tiercés dans l'ordre (un tiercé dans l'ordre est la donnée du premier, du deuxième et du troisième cheval arrivés, dans cet ordre).

2. Donner le nombre de tiercés dans le désordre (un tiercé dans le désordre est la donnée des trois chevaux arrivés en tête, indépendamment de leurs ordres d'arrivée respectifs)

3. Donner le nombre de tiercés dans l'ordre dans lequel est placé le numéro 7, que ce soit en première, deuxième ou troisième position.

4. Donner le nombre de tiercés dans le désordre dans lequel est placé le numéro 7.

2 Problème d'urnes (8 points)

Deux urnes contiennent chacune initialement 2 boules noires et 3 boules blanches.

1. On tire au hasard une boule dans chacune des urnes. Quelle est la probabilité que les deux boules tirées soient noires ?

2. On tire au hasard une boule dans chacune des urnes. Quelle est la probabilité que les deux boules tirées soient de même couleur ?

3. On tire au hasard une boule de la première urne, on note sa couleur et on la remet dans la seconde urne. On tire alors au hasard une boule de la seconde urne. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois une boule noire ?

4. On tire au hasard une boule de la première urne, on note sa couleur et on la remet dans la seconde urne. On tire alors au hasard une boule de la seconde urne. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois la même couleur ?

3 Problème de cartes (6 points)

Une population possède une proportion $p \in]0, 1[$ de tricheurs. Lorsqu'on fait tirer une carte d'un jeu de 52 cartes à un tricheur, il est sûr de retourner un as. Exprimer en fonction de p la probabilité qu'un individu choisi au hasard dans la population retourne un as.

4 Défaut de fabrication (8 points)

On admet que la probabilité de défaut pour un objet fabriqué à la machine est égale à 0.1. On considère un lot de 10 objets fabriqués par cette machine. Soit X le nombre d'objets défectueux parmi ceux-ci.

1. Comment s'appelle la loi suivie par X ?

2. Que valent $E[X]$ et $Var(X)$?

3. Quelle est la probabilité que le lot comprenne au plus 1 objet défectueux ?

4. Retrouver ce résultat grâce à l'approximation par une loi de Poisson.

5 Jeu d'argent (6 points)

Un jeu consiste à tirer, indépendamment et avec remise, des tickets d'une boîte. Il y a en tout 4 tickets, numérotés respectivement -2, -1, 0, 3. Votre gain X lors dune partie correspond à la somme indiquée sur le ticket. Par exemple, si vous tirez le ticket numéroté -2, alors $X = -2$ et vous devez donner 2 €, tandis que si vous tirez le ticket 3, alors $X = 3$ et vous gagnez 3 €.

1. Donner la loi de X. Calculer son espérance et sa variance.

2. Vous jouez 100 fois de suite à ce jeu et on note S votre gain après 100 parties. En notant X_1 le gain à la première partie, X_2 le gain à la deuxième partie, ..., X_{100} le gain à la centième partie. Exprimer S en fonction des X_i.

3. En déduire l'espérance de S et sa variance.