

Nom : _____

Prénom : _____

Durée : 1h30

Note :

Toutes les réponses doivent être justifiées. Le correcteur attachera de l'importance à la qualité de rédaction.

1 Question de cours et relation d'ordre

1. Soit $(P, <)$ un ensemble ordonné. Définir sur un sous-ensemble E de P les notions suivantes : le plus grand élément, les éléments maximaux (ou les maximums), les majorants, la borne supérieure.

2. Soit l'ensemble des entiers naturels \mathbb{N} muni de la division. Donner, si ils existent, les bornes supérieure et inférieure, les majorants et minorants, les éléments minimaux et maximaux, et les plus grands et plus petits éléments de l'ensemble $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

3. Montrer que pour tout arbre binaire $x \in ABC$, $n(x) \leq 2^{h(x)} - 1$ et $f(x) \leq 2^{h(x)-1}$.

3 Relation d'ordre

On se place dans l'ensemble $A = \{0, 1\}^*$ des mots sur l'alphabet $\{0, 1\}$ et on considère la relation \prec définie par $u \prec v$ lorsque $|u| < |v|$ et lorsque pour tout i de 1 à $|u|$ on a $u_i = 1 \Rightarrow v_i = 1$, c'est à dire lorsque la i^{eme} lettre du mot v est égale à 1 lorsque la i^{eme} lettre du mot u est égale à 1. On a par exemple $10010 \prec 10110011$.

1. Montrer que la relation \prec est une relation d'ordre.
