

Controle logique SI3

Question 1

/ 1

En notant

$Baleine(x)$: x est une baleine

$Mammifere(x)$: x est un mammifère

$Poisson(x)$: x est un poisson

$Animal(x)$: x est animal

$Nage(x)$: x sait nager

Une formulation en calcul des prédicats de :

Les poissons savent nager

est

- $(\forall x Poisson(x) \wedge Nage(x))$
- $\forall x (Poisson(x) \Rightarrow Nage(x))$
- $(\forall x Poisson(x) \Rightarrow Nage(x))$
- $\forall x (Poisson(x) \wedge Nage(x))$

Question 2

/ 1

En notant

$Baleine(x)$: x est une baleine

$Mammifere(x)$: x est un mammifère

$Poisson(x)$: x est un poisson

$Animal(x)$: x est animal

$Nage(x)$: x sait nager

Une formulation en calcul des prédicats de :

Tous les poissons savent nager et d'autres mammifères que les baleines aussi

est :

- $(\forall x (\neg Poisson(x) \vee Nage(x)) \wedge \exists x (Mammifere(x) \wedge Nage(x) \wedge \neg Baleine(x)))$
- $(\forall x (Poisson(x) \wedge Nage(x)) \wedge \exists x (Mammifere(x) \wedge Nage(x) \wedge \neg Baleine(x)))$
- $(\forall x (Nage(x) \Rightarrow (Poisson(x) \vee (Mammifere(x) \wedge \neg Baleine(x))))$
- rien de tout ça

Question 3

/ 1

En notant

$Baleine(x)$: x est une baleine

$Mammifere(x)$: x est un mammifère

$Poisson(x)$: x est un poisson

$Animal(x)$: x est animal

$Nage(x)$: x sait nager

Une formulation en calcul des prédicats de :

Si des poissons ne savent pas nager alors des baleines ne sont pas des mammifères

est :

- $(\exists x (Poisson(x) \wedge \neg Nage(x)) \Rightarrow \exists x (Baleine(x) \wedge \neg Mammifere(x)))$
- $(\exists x (Poisson(x) \wedge \neg Nage(x)) \wedge \exists x (Baleine(x) \wedge \neg Mammifere(x)))$
- $(\forall x (Poisson(x) \Rightarrow \neg Nage(x)) \Rightarrow \forall x (Baleine(x) \Rightarrow \neg Mammifere(x)))$
- rien de tout ça

Controle logique SI3

Question 4

/ 1

On considère les symboles suivants :

Symboles de variables $\{x, y\}$

Symboles de prédicats $\{P (0\text{-aire}), Q (0\text{-aire}), p (2\text{-aire}), q (2\text{-aire}), r (3\text{-aire})\}$

Symboles de fonctions $\{a (0\text{-aire}), b(0\text{-aire}), f (3\text{-aire}), g(2\text{-aire})\}$

parmi les expressions suivantes, trouver si elle existe celle qui est une formule syntaxiquement correcte

- $p(x,y) \Leftrightarrow (\neg q(x,a) \vee r(x,y))$
- $\exists x P(x)$
- $p(x,y) \Leftrightarrow (f(x,y,a) \vee a=b)$
- $\exists x g(x,a)$
- il n'y en a pas

Question 5

/ 1

On considère un graphe, c'est à dire un ensemble de sommets et d'arêtes.

Une arête relie deux sommets distincts ou non.

Un sommet est isolé s'il n'est relié à aucun sommet.

Le predicat binaire $p(x,y)$ est vrai si et seulement si il y a une arête entre x et y

- | | | |
|---|---|------------------------------|
| Tous les sommets sont reliés entre eux | • | $\exists x \exists y p(x,y)$ |
| Le graphe n'est pas sans arêtes | • | $\exists x \forall y p(x,y)$ |
| Aucun sommet n'est isolé | • | $\forall x \exists y p(x,y)$ |
| Un des sommets est relié à tous les sommets | • | $\forall x \forall y p(x,y)$ |

Question 6

/ 1

Soit le langage suivant :

- variable: $\{x, y, z\}$
- fonctions: $\{a \text{ (arité 0)}, s \text{ (arité 1)}, f \text{ (arité 2)}\}$
- prédicats $\{p \text{ (arité 2)}, q \text{ (arité 2)}\}$

Et l'interprétation I_2

- $\text{Domaine } D_2$: les entiers naturels impairs
- F_2 : $\{f(y, z) \rightarrow y \times z; a \rightarrow 1; s(x) \rightarrow x+2\}$
- R_2 : $\{p(x,y) \rightarrow x=y; q(x,y) \rightarrow x < y\}$

Cette interprétation est elle un modèle pour les axiomes suivants :

- $\forall x \forall y p(f(x, y), f(y, x))$
- $\exists x [(\forall y p(x, s(y))) \vee p(x, a)]$
- $\forall x \forall y p(x, y) \vee q(x, y) \vee q(y, x)$

- oui
- non

Controle logique SI3

Question 7 _____ / 1

Quelles sont les variables liées de la formule;

$$[\forall x (p(x) \Rightarrow \neg q(y))] \vee [p(x) \wedge \forall y p(y)]$$

- {x,y}
- {x}
- aucune
- {y}

Question 8 _____ / 1

Quelles sont les variables libres et liées de la formule;

$$[\forall x (p(x) \Rightarrow \neg q(y))] \vee [(\exists x q(x) \wedge \forall y p(y))]$$

- {x,y}
- {x}
- aucune
- {y}

Question 9 _____ / 1

Trouver l'erreur

- il est possible qu'une formule soit un atome
- il est possible qu'un atome soit une formule
- il est possible qu'un terme soit un atome
- il est possible qu'une proposition soit un atome

Question 10 _____ / 1

Combien y a-t-il de variables libres dans la formule suivante :

$$\{\forall y [(\exists x p(x) \Rightarrow (\neg q(y) \vee r(x,y)))] \wedge (p(z) \wedge \forall u \forall v q(u,v))\}$$

Réponse :

Question 11 _____ / 1

Combien y a-t-il de variables liées dans la formule suivante :

$$\{\forall y [(\exists x p(x) \Rightarrow (\neg q(y) \vee r(x,y)))] \wedge p(z)\}$$

Réponse :

Question 12 _____ / 1

Quelles sont les variables libres de la formule;

$$\forall x (p(x) \Rightarrow \neg q(y)) \vee (\exists x q(x) \wedge \forall y p(y))$$

- {x,y}
- {x}
- aucune
- {y}

Controle logique SI3

Question 13

/ 1

Soit le langage suivant :

- variable: {x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), b (arité 0), g (arité 1), h (arité 1)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_1

- Domaine D_1 : les entiers naturels
- F_1 : { $a \rightarrow 0$; $b \rightarrow 1$; $f(x) \rightarrow x+x$; $g(x) \rightarrow x+3$;
- R_1 : { $p(x,y) \rightarrow x=y$; $q(x,y) \rightarrow x < y$ }

Cette interprétation est elle dans FIN (c'est à dire le domaine est-il finiment engendré)?

Rappel : elle l'est si et seulement si tous les éléments du domaine sont des termes sans variable du langage.

- oui
- non

Question 14

/ 1

Soit le langage suivant :

- variable: {x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), b (arité 0), g (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_1

- Domaine D_1 : les entiers naturels
- F_1 : { $f(x,y) \rightarrow x+y$; $a \rightarrow 0$; $b \rightarrow 1$; $g(x) \rightarrow x+x$ }
- R_1 : { $p(x,y) \rightarrow x=y$; $q(x,y) \rightarrow x < y$ }

Cette interprétation est elle dans FIN (c'est à dire le domaine est-il finiment engendré)?

Rappel : elle l'est si et seulement si tous les éléments du domaine sont des termes sans variable du langage.

- oui
- non

Question 15

/ 1

Soit le langage suivant :

- variable: {x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_2

- Domaine D_2 : les entiers naturels pairs
- F_2 : { $f(x,y) \rightarrow x+x+y$; $a \rightarrow 0$; $s(x) \rightarrow x+2$ }
- R_2 : { $p(x,y) \rightarrow x=y$; $q(x,y) \rightarrow x < y$ }

Cette interprétation est elle un modèle pour les axiomes suivants :

- $\forall x \exists y p(f(x,y), f(y,x))$
- $\forall x \exists y p(x, s(y)) \quad \forall p(x,a)$
- $\forall x \forall y p(x,y) \quad \forall q(x,y) \quad \forall q(y,x)$

- oui
- non

Controle logique SI3

Question 16

/ 2

Associer à chacune des phrases ci-dessous, la formule qui en est une formulation en utilisant les prédicats suivants :

- $pauvre(x)$: x est une personne pauvre
- $riche(x)$: x est une personne riche
- $mDroits(x, y)$: x et y ont légalement les mêmes droits
- $gLoto(x)$: x est un gagnant du loto
- $imafa(x)$: x a fait IMAFA

- Certains gagnants du loto sont pauvres et ont fait IMAFA .
- Certaines personnes qui ont fait IMAFA ne sont ni riches ni pauvres .
- Les riches sont des gagnants du loto ou ont fait IMAFA .
- Tous les riches qui ont gagné au loto ont fait IMAFA .
- Les riches sont des gagnants au loto qui ont fait IMAFA .

- $\forall x (riche(x) \Rightarrow (gLoto(x) \wedge IMAFA(x)))$
- $\exists x (IMAFa(x) \wedge \neg riche(x) \wedge \neg pauvre(x))$
- $\exists x (gLoto(x) \wedge pauvre(x) \wedge IMAFA(x))$
- $\forall x ((riche(x) \Rightarrow (gLoto(x) \vee IMAFA(x)))$
- $\forall x (riche(x) \wedge gLoto(x) \Rightarrow IMAFA(x))$

Question 17

/ 2

En utilisant les prédicats suivants :

- $pauvre(x)$: x est une personne pauvre
- $riche(x)$: x est une personne riche
- $mDroits(x, y)$: x et y ont légalement les mêmes droits

quelle(s) formule(s) est(ont) une formulation de la phrase suivante :

Les pauvres et les riches ont légalement les mêmes droits

- $\forall x \forall y ((pauvre(x) \wedge riche(y)) \Rightarrow mDroits(x,y))$
- $\forall x \exists y ((pauvre(x) \wedge riche(y)) \Rightarrow mDroits(x,y))$
- $\forall x \exists y ((pauvre(x) \wedge riche(y) \wedge mDroits(x,y))$
- $\forall x \forall y (\neg pauvre(x) \vee \neg riche(y) \vee mDroits(x,y))$

Question 18

/ 1

Soit la formule :

$$\forall x \forall y \forall z [(p(x,y) \wedge p(y,z)) \Rightarrow p(x,z)]$$

elle signifie que la relation P est :

- Symétrique
- Antisymétrique
- Transitive
- Réflexive
- rien de tout cela

Controle logique SI3

Question 19

/ 1

Soit la formule :

$$(\forall x \forall y \forall z [\{ p(x,y) \wedge p(y,z) \} \Rightarrow p(x,z)] \wedge \forall x \forall y [p(x,y) \Rightarrow p(y,x)]) \Rightarrow (\forall x p(x,x))$$

est-elle :

- Universellement Valide (i.e. Vraie dans toutes les interprétations)
- Valide mais pas Universellement Valide (i.e. Vraie dans certaines interprétations, mais pas dans toutes)
- Fausse (Vrai dans aucune interprétation)