

TD3 - Indecidabilite

GRANDS CONCEPTS D'INFORMATIQUE FONDAMENTALE

L3 Informatique - Semestre printemps - Année 2022-2023

UNIVERSITÉ CÔTE D'AZUR

Christophe Crespelle

`christophe.crespelle@univ-cotedazur.fr`

Exercice 1.

Soient L_1 et L_2 deux langages reconnaissables par machine de Turing.

- a. Montrez que le langage $L_1 \cap L_2$ est reconnaissable par machine de Turing.
- b. Montrez que le langage $L_1 \cup L_2$ est reconnaissable par machine de Turing.

Exercice 2.

Soit $L \subseteq \Sigma^*$ un langage reconnaissable par machine de Turing mais non decidable, soit M une machine de Turing reconnaissant L et soit $L_{M\infty} \subseteq \Sigma^*$ l'ensemble des mots sur lesquels M ne termine pas son execution.

Montrez que $L_{M\infty}$ est un ensemble infini.

Indication. Procédez par l'absurde.

Exercice 3.

- a. Montrez qu'un langage L peut etre enumere par une machine de Turing si et seulement si L est reconnaissable par une machine de Turing.
- b. Montrez que si un langage L peut etre enumere par une machine de Turing dans l'ordre lexicographique, alors L est decidable.
- c. Est-ce propre a l'ordre lexicographique? Donnez une propriete suffisante d'un ordre σ pour que si un langage L peut etre enumere par une machine de Turing dans l'ordre σ alors L soit decidable.